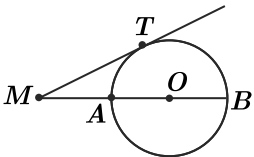
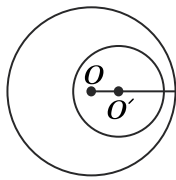
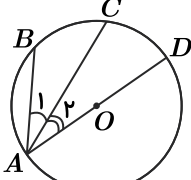
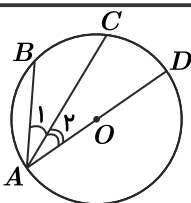
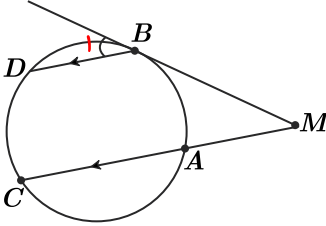
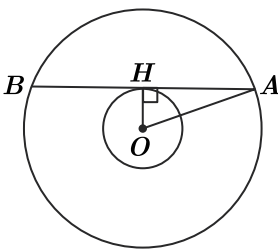


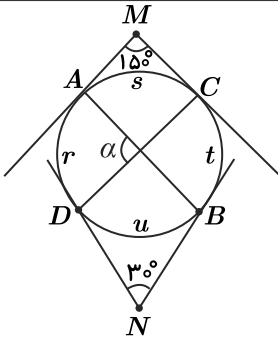
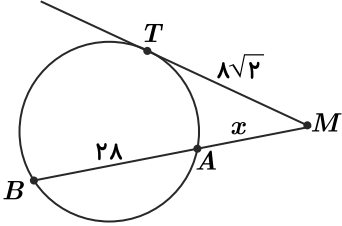
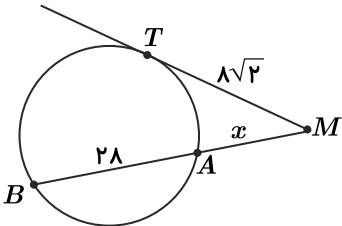
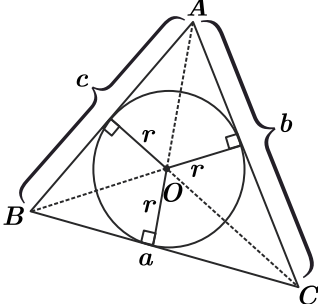


ردیف	نمره	
۱	۱	<p>(الف) در هر دایره منظور از اندازه کمان، همان اندازه زاویه مرکزی آن تعریف می‌شود و واحد آن درجه است. (صفحه ۱۲ کتاب درسی)</p> <p>(ب) دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع نمی‌کنند با هم موازی‌اند اگر و تنها اگر کمان‌های محدود بین آنها مساوی باشد. (صفحه ۱۵ کتاب درسی)</p> <p>(ج) اگر از M بر دایره یک مماس و یک قاطع رسم کنیم، داریم: $MT^2 = MA \times MB$ (صفحه ۱۹ کتاب درسی)</p>  <p>(د) چون در هر مثلث هر سه نیمساز هم‌رسند و هر سه عمودمنصف نیز هم‌رسند پس هر مثلث، هم محیطی و هم محاطی خواهد بود. (صفحه ۲۵ و ۲۶ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) نادرست (۲۵/۰ نمره) (ب) درست (۲۵/۰ نمره) (ج) نادرست (۲۵/۰ نمره) (د) نادرست (۲۵/۰ نمره)</p>
۲	۱	<p>(الف) اگر دایره‌ای باشد که از همه رئوس یک چندضلعی عبور کند، دایره را محیطی و چندضلعی را محاطی می‌نامند. (صفحه ۲۴ کتاب درسی)</p> <p>(ب) وضعیت نسبی دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ در حالتی که $d = OO' < R - R'$ باشد، به صورت متداخل است. (صفحه ۲۰ کتاب درسی)</p>  <p>(ج) قضیه: یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند. (صفحه ۲۷ کتاب درسی)</p> <p>(د) تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات طولیا (ایزومتري) نامیده می‌شوند. (صفحه ۳۴ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) دایره محیطی (۲۵/۰ نمره) (ب) متداخل (۲۵/۰ نمره) (ج) مکمل (۲۵/۰ نمره) (د) طولیا یا ایزومتري (۲۵/۰ نمره)</p>
۳	۱.۵	<p>(الف) در هر تبدیل، نقطه‌ای که تبدیل یافته آن بر خود نقطه منطبق می‌شود، نقطه ثابت نام دارد. (صفحه ۳۶ کتاب درسی)</p> <p>(ب) هرگاه دایره با شعاع r بر Π ضلعی منتظم محیط شود داریم:</p> $AB = 2r \sin \frac{180^\circ}{n} = 2 \times 6 \times \sin 30^\circ \Rightarrow AB = 6$ <p>(صفحه ۳۰ کتاب درسی)</p> <p>(ج) اولاً بنا بر عکس قضیه فیثاغورس این مثلث قائم‌الزاویه است و مساحت آن $S = \frac{6 \times 8}{2} = 24$ و نصف محیط آن $120 = \frac{6 + 8 + 10}{2} = p$، بنابراین شعاع دایره محاطی آن $r = \frac{S}{p} = 2$ است. (صفحه ۲۵ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) نقطه ثابت یا گزینه ۳ (۵/۰ نمره) (ب) گزینه ۴ (۵/۰ نمره) (ج) گزینه ۱ (۵/۰ نمره)</p>
۴		<p>می‌دانیم اگر یک ضلع زاویه محاطی قطری از دایره باشد، اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبه‌روست.</p>  $\hat{A}_{کل} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_{کل} - \hat{A}_r$ $\Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{BCD}{2} - \frac{CD}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{BC}{2}$ <p>(صفحه ۱۴ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p>

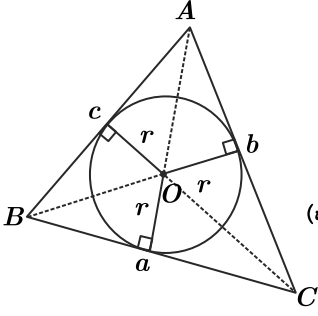
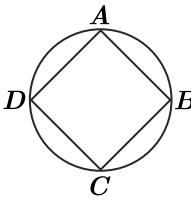
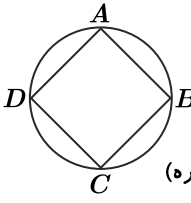
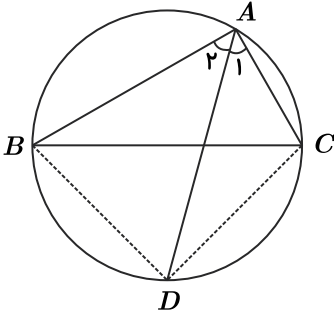


ردیف	نمره	
	۱.۵	 <p>می‌دانیم اگر یک ضلع زاویه محاطی قطر دایره باشد، اندازه آن نصف کمان روبه‌رو است. (۵ نمره)</p> $\hat{A}_{\text{کل}} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_{\text{کل}} - \hat{A}_2 \quad (\text{نمره } ۵)$ $\Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{\widehat{BCD}}{2} - \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2} \quad (\text{نمره } ۵)$
۵	۱.۵	 <p>می‌دانیم در هر دایره وترهای موازی، کمان‌های مساوی از دایره جدا می‌کنند؛ بنابراین $\widehat{DC} = \widehat{AB}$</p> <p>اندازه زاویه ظلی نصف کمان روبه‌روست پس</p> $B_1 = \frac{\widehat{BD}}{2}$ <p>بنا بر قضیه موازی و مورب داریم:</p> $\widehat{M} = B_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{\widehat{BDC} - \widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$ <p>(صفحه ۱۶ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>$BD \parallel AC \Rightarrow \widehat{DC} = \widehat{AB}$ (نمره ۵)</p> <p>B_1 ظلی $= \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{\widehat{BCD} - \widehat{DC}}{2}$ (نمره ۵)</p> <p>$\widehat{M} = B_1 = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$ (نمره ۵)</p>
۶	۱.۵	 <p>می‌دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است و شعاع عمود بر وتر و کمان مقابل آن را نصف می‌کند؛ بنابراین داریم:</p> $\left. \begin{array}{l} OH = 2 \\ OA = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow AH^2 = OA^2 - OH^2 = 36 - 4 = 32$ $\Rightarrow AH = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ $AB = 2AH = 2\sqrt{32} = 8\sqrt{2}$ <p>(نمره ۵/۵)</p> <p>(صفحه ۱۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>$OH^2 + AH^2 = OA^2 \Rightarrow AH = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ (نمره ۵)</p> <p>$AB = 2AH \Rightarrow AB = 2\sqrt{32} = 8\sqrt{2}$ (نمره ۵)</p>

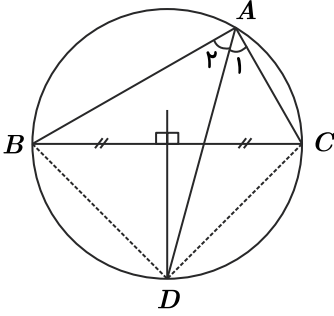
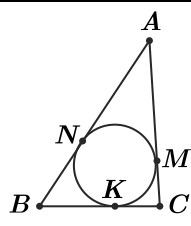
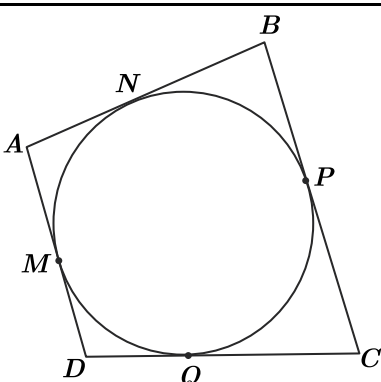
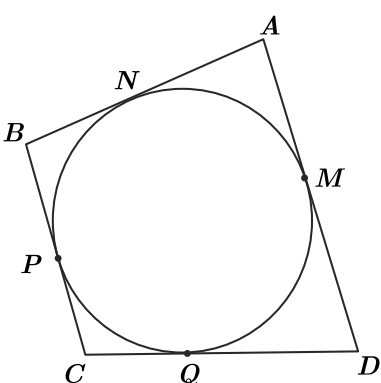


نمره		ردیف
۱.۵	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  </div> <div style="width: 50%;"> <p>فرض کنیم کمان‌های محصور r, s, t, u باشند بنابراین:</p> $\left. \begin{aligned} \frac{r+u+t-s}{2} &= 15^\circ \\ \frac{r+s+t-u}{2} &= 30^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow$ $\frac{2r+2t}{2} = 180^\circ \Rightarrow r+t = 180^\circ$ $\widehat{\alpha} = \frac{r+t}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow AB \perp DC$ </div> </div> <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $\left. \begin{aligned} \widehat{M} &= \frac{AD + DB + BC - AC}{2} = 15^\circ \text{ (نمره ۲,۵)} \\ \widehat{N} &= \frac{AD + AC + BC - DB}{2} = 30^\circ \text{ (نمره ۲,۵)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{BC} = 180^\circ \text{ (نمره ۵,۵)}$ $\widehat{\alpha} = \frac{AD + BC}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow AB \perp DC \text{ (نمره ۵,۵)}$	۷
۱.۵	<p>می‌دانیم طول مماس MT واسطه هندسی بین MA و MB است بنابراین:</p>  $MT^2 = MA \times MB \Rightarrow$ $(12\sqrt{2})^2 = x(x + 28) \Rightarrow$ $x^2 + 28x - 12^2 \times 2 = 0 \Rightarrow$ $(x + 32)(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ ق ق} \\ x = -32 \text{ غ ق} \end{cases}$ $\Rightarrow MA = x = 4, MB = x + 28 = 32$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p>  $(12\sqrt{2})^2 = x(x + 28) \text{ (نمره ۵,۵)}$ $x^2 + 28x - 12^2 \times 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ ق ق} \\ x = -32 \text{ غ ق} \end{cases} \text{ (نمره ۵,۵)}$ $MA = 4, MB = 32 \text{ (نمره ۵,۵)}$	۸
	<p>می‌دانیم نیمسازهای هر مثلث هم‌سند و محل هم‌رسی نیمسازها مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث است؛ بنابراین با توجه به شکل داریم:</p>  $S_{ABC} = S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB} \Rightarrow$ $S = \frac{1}{2}r \times a + \frac{1}{2}r \times b + \frac{1}{2}r \times c \Rightarrow$ $S = r \left(\frac{a+b+c}{2} \right) \Rightarrow S = r \times p \Rightarrow r = \frac{S}{p}$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۲۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p>	۹

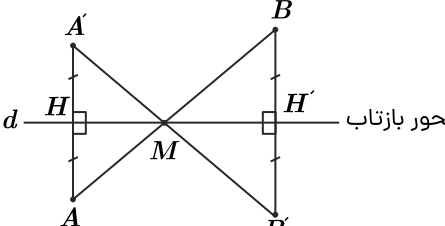
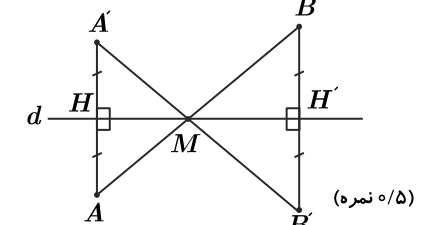


ردیف	نمره	
۱.۵	 <p style="text-align: right;">(نمره ۵/۲۵)</p> $S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC} \quad (\text{نمره } ۵/۵)$ $S = \frac{1}{2}r \times c + \frac{1}{2}ra + \frac{1}{2}rb = r\left(\frac{a+b+c}{2}\right) \quad (\text{نمره } ۵/۵)$ $\Rightarrow S = r \times p \Rightarrow r = \frac{S}{p} \quad (\text{نمره } ۵/۲۵)$	
۱.۵	<p>فرض کنیم چهارضلعی ABCD محاطی باشد، می‌دانیم زاویهٔ محاطی نصف کمان روبه‌روی آن است. بنابراین:</p>  $\left. \begin{aligned} \hat{A} &= \frac{\widehat{BCD}}{2} \\ \hat{C} &= \frac{\widehat{BAD}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ <p>و به همین ترتیب ثابت می‌شود $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$، بنابراین زاویه‌های روبه‌رو مکمل هستند.</p> <p style="text-align: right;">(صفحة ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p>  <p style="text-align: right;">(نمره ۵/۵)</p> $\hat{A} = \frac{\widehat{BCD}}{2} \quad (\text{نمره } ۵/۲۵), \quad \hat{C} = \frac{\widehat{BAD}}{2} \quad (\text{نمره } ۵/۲۵)$ $\hat{A} + \hat{C} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ \quad (\text{نمره } ۵/۲۵), \quad \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \quad (\text{نمره } ۵/۲۵)$	۱۰
	<p>دایرهٔ محیطی مثلث ABC را رسم می‌کنیم.</p> <p>اگر نیمساز زاویهٔ A دایرهٔ محیطی را در نقطهٔ D قطع کند داریم:</p>  $\overset{\text{محاطی}}{\hat{A}_1} = \overset{\text{محاطی}}{\hat{A}_2} \Rightarrow \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{DC} \Rightarrow BD = DC$ <p>\Rightarrow D از دو سر BC به یک فاصله است \Rightarrow</p> <p style="text-align: right;">روی عمودمنصف BC قرار دارد.</p> <p style="text-align: right;">(صفحة ۲۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p>	۱۱



ردیف	نمره	
	۱.۵	 <p>دایره محیطی مثلث ABC را رسم می‌کنیم (نمره ۲.۵). اگر نیمساز زاویه A دایره محیطی را در نقطه D قطع کند داریم:</p> $\overset{\text{محاطی}}{A_1} = \overset{\text{محاطی}}{A_2} \Rightarrow \frac{BD}{2} = \frac{DC}{2} \Rightarrow BD = DC \text{ (نمره ۰.۵)} \Rightarrow BD = DC$ <p>\Rightarrow D از دو سر BC به یک فاصله است \Rightarrow (نمره ۰.۵) روی عمود منصف BC قرار دارد.</p>
	۱.۵	 <p>فرض کنیم نصف محیط برابر p باشد می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم طول مماس‌ها برابر است بنابراین:</p> $2p = AB + AC + BC \Rightarrow$ $2p = \underline{AN} + \underline{BN} + \underline{AM} + \underline{MC} + \underline{BK} + \underline{CK} \Rightarrow$ $2p = 2AM + 2BK + 2CK \Rightarrow p = AM + BC \Rightarrow AM = p - a$ <p>(نمره ۰.۵) $AM = AN$, $BN = BK$, $CM = CK$ (نمره ۰.۵) محیط $= 2p = AB + AC + BC = AN + NB + AM + MC + BK + CK$ (نمره ۰.۵) $\Rightarrow 2p = 2AM + 2BK + 2CK \Rightarrow p = AM + BC \Rightarrow AM = p - a$ (نمره ۰.۵)</p> <p>راهنمای تصحیح: (صفحه ۳۰ کتاب درسی)</p>
	۱.۵	 <p>فرض کنیم ABCD محیطی باشد با توجه به قضیه دو مماس می‌دانیم:</p> $CP = CQ, BN = BP, AN = AM, DM = DQ$ <p>بنابراین داریم:</p> $AB + DC = AN + BN + DQ + QC$ $= AM + BP + DM + PC = AD + BC$ <p>(صفحه ۲۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: رسم شکل و تشخیص برابر بودن طول مماس‌های رسم شده از نقاط خارج دایره بر دایره: (نمره ۰.۵)</p>  <p>$AB + DC = AN + BN + DQ + QC$ (نمره ۰.۵) $= AM + BP + DM + PC = AD + BC$ (نمره ۰.۵)</p>
	۱۴	فرض کنیم A' و B' به ترتیب بازتاب نقاط A و B نسبت به محور d باشند، کافی است ثابت کنیم طول AB با طول تصویر $A'B'$ برابر است:



نمره	ردیف
۱.۵	<p>می‌دانیم نقطه‌ای که روی عمودمنصف پاره‌خط باشد از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.</p>  <p>محور بازتاب</p> $\left. \begin{array}{l} AA' \text{ روی عمودمنصف } M \Rightarrow MA = MA' \text{ (نمره } ۰,۲۵) \\ BB' \text{ روی عمودمنصف } M \Rightarrow MB = MB' \text{ (نمره } ۰,۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow MA + MB = MA' + MB' \Rightarrow AB = A'B' \text{ (نمره } ۰,۵)$ <p>(صفحة ۳۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p>  <p>(نمره ۰/۵)</p> $\left. \begin{array}{l} AA' \text{ روی عمودمنصف } M \Rightarrow MA = MA' \text{ (نمره } ۰,۲۵) \\ BB' \text{ روی عمودمنصف } M \Rightarrow MB = MB' \text{ (نمره } ۰,۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow MA + MB = MA' + MB' \Rightarrow AB = A'B' \text{ (نمره } ۰,۵)$