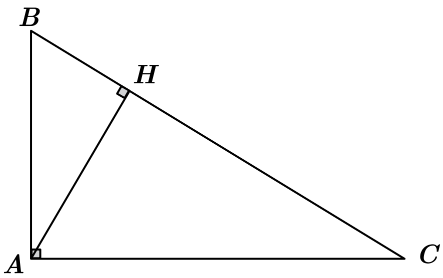
نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول هندسه ۱

پایه/رشته: دهم متوسطه – ریاضی

تعداد صفحه: ۸

آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره
۱	الف) در اثبات به روش برهان خلف (برهان غیرمستقیم)، به جای اینکه به‌طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم غلط باشد و به یک تناقض یا به یک گزارهٔ غلط یا غیرممکن می‌رسیم. (صفحهٔ ۲۴ کتاب درسی) ب) گزاره جمله‌ای خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد. جملهٔ قسمت (ب) نیز یا درست است و یا نادرست، هرچند شاید با اطلاعات فعلی خود، امکان اظهارنظر در مورد درستی یا نادرستی آن را نداشته باشیم. (صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی) ج) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر مجذور نسبت تشابه دو مثلث است. (صفحهٔ ۴۵ کتاب درسی) د) هر دو nضلعی منتظم همواره با هم متشابه‌اند. (صفحهٔ ۴۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) نادرست (۰٫۲۵ نمره) ب) درست (۰٫۲۵ نمره) ج) نادرست (۰٫۲۵ نمره) د) درست (۰٫۲۵ نمره)	۱
۲	الف) در هر مثلث، نیمسازهای زوایای داخلی در نقطه‌ای درون مثلث همرس‌اند و این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. (صفحهٔ ۱۹ و ۲۰ کتاب درسی) ب) درصورتی که یک قضیه و عکس آن هر دو درست باشند، آن را قضیهٔ دوشرطی می‌نامیم. (صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی) ج) در هر مثلث قائم‌الزاویه، حاصل‌ضرب دو ضلع زاویهٔ قائمه برابر است با حاصل‌ضرب وتر در ارتفاع وارد بر وتر. (صفحهٔ ۴۲ کتاب درسی)  $AH \times BC = AB \times AC$ د) نسبت اندازه‌های اضلاع نظیر هم در دو مثلث متشابه را نسبت تشابه دو مثلث می‌گوییم. (صفحهٔ ۳۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) سه ضلع مثلث (۰٫۲۵ نمره) ب) قضیهٔ دو شرطی (۰٫۲۵ نمره) ج) ارتفاع وارد بر وتر (۰٫۲۵ نمره) د) نسبت تشابه (۰٫۲۵ نمره)	۱
۳	الف) می‌دانیم در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بیشتر است. بنابراین داریم: $\begin{cases} 3x - 2 + x + 5 > 5x \Rightarrow x < 3 \\ 3x - 2 + 5x > x + 5 \Rightarrow 7x > 7 \Rightarrow x > 1 \\ x + 5 + 5x > 3x - 2 \Rightarrow 3x > -7 \Rightarrow x > -\frac{7}{3} \end{cases}$ اشتراک جواب‌ها به صورت $1 < x < 3$ است. دقت کنید که به ازای این مقادیر، طول هر سه ضلع مثلث نیز مثبت است. (صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی) ب) چون $x < 10$ و $y < 10$، پس ضلع به طول ۱۰، بزرگ‌ترین ضلع مثلث دوم است. و در نتیجه داریم: $\frac{3}{x} = \frac{4}{y} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{3+4}{x+y} = \frac{6}{10} \Rightarrow x + y = \frac{70}{6} = \frac{35}{3}$ (صفحهٔ ۳۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) گزینهٔ «۱» (۰٫۵ نمره) ب) گزینهٔ «۲» (۰٫۵ نمره)	۱
۴		

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول هندسه ۱

پایه/رشته: دهم متوسطه – ریاضی

تعداد صفحه: ۸

آموزشگاه دخترانه پرنا

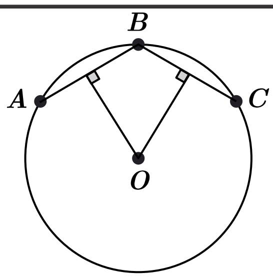
ردیف		نمره

ردیف ۱ — نمره ۱

می‌دانیم تمام نقاط واقع بر دایره، از مرکز دایره به یک فاصله هستند، پس عمودمنصف هر وتر دایره از مرکز دایره می‌گذرد.

نقاط دلخواه A، B و C را روی بخشی از دایره که رسم شده انتخاب می‌کنیم و وترهای AB و BC را تشکیل می‌دهیم. عمودمنصف این دو وتر را رسم می‌کنیم. محل برخورد این دو عمودمنصف همان نقطهٔ O مرکز دایره است. حال به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای رسم می‌کنیم تا دایره به‌طور کامل به دست آید.

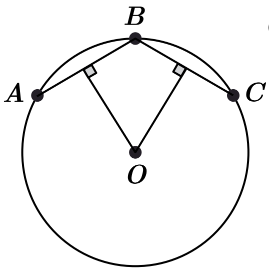
(صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی)



راهنمای تصحیح:

می‌دانیم تمام نقاط واقع بر دایره، از مرکز دایره به یک فاصله هستند، پس عمودمنصف هر وتر دایره از مرکز دایره می‌گذرد. (۰٫۲۵ نمره)

نقاط دلخواه A، B و C را روی بخشی از دایره که رسم شده انتخاب می‌کنیم و وترهای AB و BC را تشکیل می‌دهیم. عمودمنصف این دو وتر را رسم می‌کنیم. (۰٫۲۵ نمره) محل برخورد این دو عمودمنصف همان نقطهٔ O مرکز دایره است. (۰٫۲۵ نمره) حال به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای رسم می‌کنیم تا دایره به‌طور کامل به دست آید. (۰٫۲۵ نمره)



ردیف ۵ — نمره ۱.۵

در مثلث ABC، فرض کنید $\hat{B} > \hat{C}$ و می‌خواهیم ثابت کنیم: $AC > AB$

به روش برهان خلف، فرض می‌کنیم حکم نادرست باشد، یعنی $AC \not> AB$.

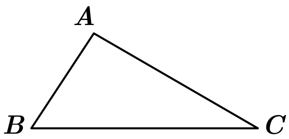
در این صورت دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$۱) AC = AB \Rightarrow$ متساوی‌الساقین است $\overset{\triangle}{ABC} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$ خلاف فرض است

$۲) AC < AB \xrightarrow{\text{ضلع برتر}} \hat{B} < \hat{C}$ خلاف فرض است

بنابراین فرض برهان خلف نادرست است و حکم ثابت می‌شود، یعنی $AC > AB$.

(صفحهٔ ۲۴ کتاب درسی)



راهنمای تصحیح:

در مثلث ABC، فرض کنید $\hat{B} > \hat{C}$ و می‌خواهیم ثابت کنیم: $AC > AB$

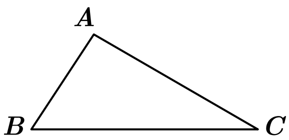
به روش برهان خلف، فرض می‌کنیم حکم نادرست باشد، یعنی $AC \not> AB$ (۰٫۲۵ نمره).

در این صورت دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$۱) \underbrace{AC = AB}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}} \Rightarrow$ متساوی‌الساقین است $\overset{\triangle}{ABC} \Rightarrow \underbrace{\hat{B} = \hat{C}}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}}$ خلاف فرض است

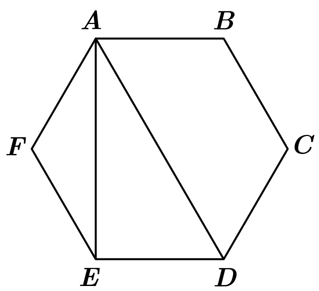
$۲) \underbrace{AC < AB}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}} \xrightarrow{\text{ضلع برتر}} \underbrace{\hat{B} < \hat{C}}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}}$ خلاف فرض است

بنابراین فرض برهان خلف نادرست است و حکم ثابت می‌شود، یعنی $AC > AB$ (۰٫۲۵ نمره).



ردیف ۶

الف) نادرست است – به عنوان مثال نقض، مثلث ADE را در شش‌ضلعی منتظم ABCDEF در نظر بگیرید که در آن طول هیچ دو ضلعی برابر نیست.



نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول هندسه ۱

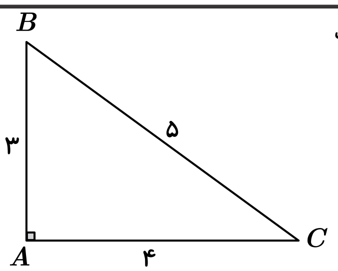
پایه/رشته: دهم متوسطه – ریاضی

تعداد صفحه: ۸

آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره

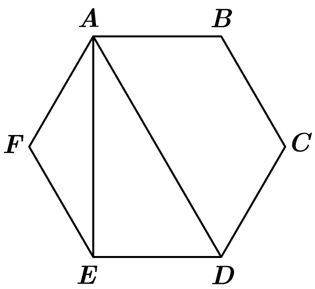
ب) نادرست است – به عنوان مثال نقض، در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ضلع AC به طول ۴، ارتفاع وارد بر ضلع AB به طول ۳ است و از طول این ضلع بزرگ‌تر است.



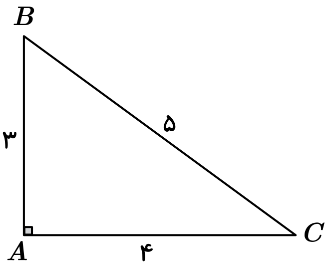
(صفحهٔ ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نادرست است – به عنوان مثال نقض، مثلث ADE را در شش‌ضلعی منتظم $ABCDEF$ در نظر بگیرید که در آن طول هیچ دو ضلعی برابر نیست. (۰٫۵ نمره)



ب) نادرست است – به عنوان مثال نقض، در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ضلع AC به طول ۴، ارتفاع وارد بر ضلع AB به طول ۳ است و از طول این ضلع بزرگ‌تر است. (۰٫۵ نمره)

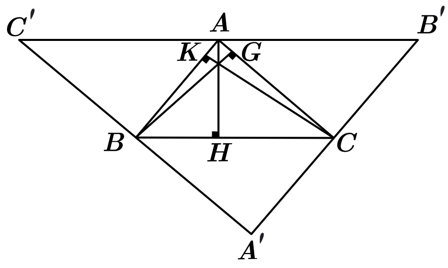


ردیف ۱

ردیف ۷

مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید و از هر رأس آن خطی موازی با ضلع مقابل رسم کنید تا مطابق شکل مثلثی مانند $A'B'C'$ پدید آید.

هر کدام از چهارضلعی‌های $AB'CB$ و $AC'BC$ متوازی‌الاضلاع هستند، پس اضلاع مقابل آنها دوبه‌دو مساوی یکدیگر است.



بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} AB' = BC \\ AC' = BC \end{array}\right\} \Rightarrow AB' = AC'$$

یعنی A وسط پاره‌خط $B'C'$ است.

از طرفی داریم:

$$\left.\begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp B'C'$$

بنابراین خط AH عمودمنصف پاره‌خط $B'C'$ است.

به‌طور مشابه می‌توان نشان داد که خط BG عمودمنصف پاره‌خط $A'C'$ و خط CK عمودمنصف پاره‌خط $A'B'$ است.

بنابراین ارتفاع‌های مثلث ABC، روی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث $A'B'C'$ هستند. می‌دانیم عمودمنصف‌های هر مثلثی همرس هستند و درنتیجه همرس هستند.

(صفحهٔ ۱۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید و از هر رأس آن خطی موازی با ضلع مقابل رسم کنید تا مطابق شکل مثلثی مانند $A'B'C'$ پدید آید. (۰٫۲۵ نمره)

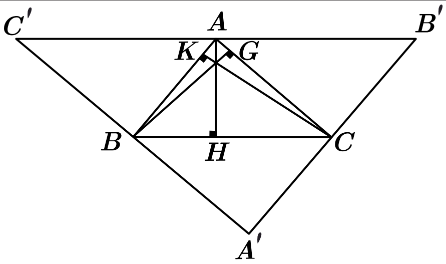
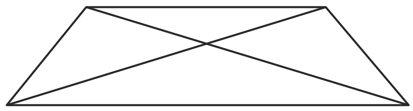
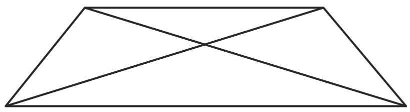
هر کدام از چهارضلعی‌های $AB'CB$ و $AC'BC$ متوازی‌الاضلاع هستند، پس اضلاع مقابل آنها دوبه‌دو مساوی یکدیگر است. (۰٫۲۵ نمره)

آموزشگاه دخترانه پرنا

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول هندسه ۱

پایه/رشته: دهم متوسطه - ریاضی

تعداد صفحه: ۸

ردیف		نمره
	بنابراین داریم:  $\left.\begin{array}{l} AB' = BC \\ AC' = BC \end{array}\right\} \Rightarrow AB' = AC'$ یعنی A وسط پاره‌خط $B'C'$ است. (۰٫۲۵ نمره) از طرفی داریم: $\left.\begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp B'C'$ (۰٫۲۵ نمره) بنابراین خط AH عمودمنصف پاره‌خط $B'C'$ است. (۰٫۲۵ نمره) به طور مشابه می‌توان نشان داد که خط BG عمودمنصف پاره‌خط $A'C'$ و خط CK عمودمنصف پاره‌خط $A'B'$ است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث ABC، روی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث $A'B'C'$ هستند و درنتیجه همرس هستند. (۰٫۲۵ نمره)	۱.۵
۸	الف) اگر قطرهای یک چهارضلعی برابر یکدیگر باشند، آنگاه آن چهارضلعی مستطیل است. عکس قضیه نادرست است، مثلاً چهارضلعی می‌تواند ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین باشد. مانند شکل روبه‌رو:  ب) اگر نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار داشته باشد، آنگاه نقطهٔ M از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است. عکس قضیه درست است. قضیهٔ دوشرطی: نقطهٔ M از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است، اگر و تنها اگر نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار داشته باشد. (صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) اگر قطرهای یک چهارضلعی برابر یکدیگر باشند، آنگاه آن چهارضلعی مستطیل است. (۰٫۲۵ نمره) عکس قضیه نادرست است، (۰٫۲۵ نمره) مثلاً چهارضلعی می‌تواند ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین باشد. (۰٫۲۵ نمره) مانند شکل روبه‌رو:  ب) اگر نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار داشته باشد، آنگاه نقطهٔ M از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است. (۰٫۲۵ نمره) عکس قضیه درست است. (۰٫۲۵ نمره) قضیهٔ دوشرطی: نقطهٔ M از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است، اگر و تنها اگر نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار داشته باشد. (۰٫۲۵ نمره)	۱.۵
۹	می‌دانیم هر قطر متوازی‌الاضلاع، آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند، بنابراین داریم: $\frac{S_{ACD}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۲} (*)$ از طرفی نقطهٔ M وسط ضلع CD است، پس $CM = \frac{۱}{۲}CD$. دو مثلث AMC و ACD در رأس A مشترک هستند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست قرار دارد، پس داریم: $\frac{S_{AMC}}{S_{ACD}} = \frac{CM}{CD} = \frac{۱}{۲} (**)$ طرفین دو رابطه را در یکدیگر ضرب می‌کنیم: $(*), (**) \Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ACD}} \times \frac{S_{ACD}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۴}$ (صفحهٔ ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: می‌دانیم هر قطر متوازی‌الاضلاع، آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند، بنابراین داریم: $\frac{S_{ACD}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۲} (*)$ (۰٫۲۵ نمره) از طرفی نقطهٔ M وسط ضلع CD است، پس $CM = \frac{۱}{۲}CD$. دو مثلث AMC و ACD در رأس A مشترک هستند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست قرار دارد، پس داریم:	

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول هندسه ۱

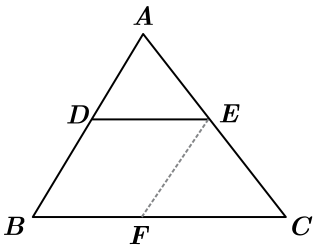
پایه/رشته: دهم متوسطه – ریاضی

تعداد صفحه: ۸

آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره
	$\frac{S_{AMC}}{S_{ACD}} = \frac{CM}{CD} = \frac{۱}{۲} \quad (**)$ (۰٫۲۵ نمره) طرفین دو رابطه را در یکدیگر ضرب می‌کنیم: $(*),(**) \Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ACD}} \times \frac{S_{ACD}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ABCD}} = \frac{۱}{۴}$ (۰٫۲۵ نمره)	۱

ردیف ۱۰ — نمره ۱.۵



در مثلث ABC، فرض کنید $DE \parallel BC$ باشد. از نقطهٔ E، پاره‌خط EF را موازی با AB رسم می‌کنیم.

در چهارضلعی DEFB، اضلاع روبه‌رو موازی یکدیگرند، پس این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و در نتیجه: $DE = BF$.

طبق قضیهٔ تالس در مثلث ABC داریم:

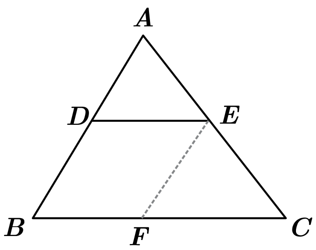
$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad (*)$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{AE}{AC} \quad (**)$$

$$(*),(**) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC} \xrightarrow{DE=BF} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

(صفحهٔ ۳۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



رسم شکل (۰٫۲۵ نمره)

در مثلث ABC، فرض کنید $DE \parallel BC$ باشد. از نقطهٔ E، پاره‌خط EF را موازی با AB رسم می‌کنیم.

در چهارضلعی DEFB، اضلاع روبه‌رو موازی یکدیگرند، پس این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و در نتیجه: $DE = BF$.)

۰٫۲۵ نمره)

طبق قضیهٔ تالس در مثلث ABC داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \underbrace{\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}}_{(۰٫۲۵ \text{ نمره})} \quad (*)$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \underbrace{\frac{BF}{BC} = \frac{AE}{AC}}_{(۰٫۲۵ \text{ نمره})} \quad (**)$$

$$(*),(**) \Rightarrow \underbrace{\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}}_{(۰٫۲۵ \text{ نمره})} \xrightarrow{DE=BF} \underbrace{\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}}_{(۰٫۲۵ \text{ نمره})}$$

ردیف ۱۱

طبق قضیهٔ تالس در مثلث ADE داریم:

$$BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \quad (*)$$

به‌طور مشابه طبق قضیهٔ تالس در مثلث ADF داریم:

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول هندسه ۱

پایه/رشته: دهم متوسطه – ریاضی

تعداد صفحه: ۸

آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره

$$BE \parallel DF \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD} \qquad (**)$$

$$(*),(**) \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow AE^{۲} = AC \times AF$$

(صفحهٔ ۳۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

طبق قضیهٔ تالس در مثلث ADE داریم:

$$BC \parallel DE \Rightarrow \underbrace{\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}} \qquad (*)$$

به طور مشابه طبق قضیهٔ تالس در مثلث ADF داریم:

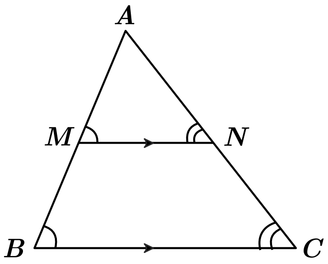
$$BE \parallel DF \Rightarrow \underbrace{\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD}}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}} \qquad (**)$$

$$(*),(**) \Rightarrow \underbrace{\frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF}}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}} \Rightarrow \underbrace{AE^{۲} = AC \times AF}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}}$$

نمره: ۱

ردیف: ۱۲

در مثلث ABC، فرض کنید MN ∥ BC باشد.



$$\begin{cases} MN \parallel BC,\ \text{مورب } AB \Rightarrow \hat{M} = \hat{B} \\ MN \parallel BC,\ \text{مورب } AC \Rightarrow \hat{N} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases}$$

بنابراین زوایای دو مثلث AMN و ABC نظیر به نظیر برابر یکدیگرند.

از طرفی MN ∥ BC، پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

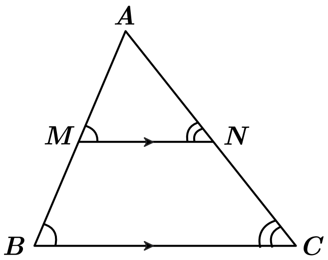
یعنی اضلاع دو مثلث AMN و ABC متناسب هستند.

بنابراین طبق تعریف دو مثلث متشابه، مثلث‌های AMN و ABC متشابه هستند.

(صفحهٔ ۳۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

در مثلث ABC، فرض کنید MN ∥ BC باشد.



$$\begin{cases} MN \parallel BC,\ \text{مورب } AB \Rightarrow \hat{M} = \hat{B}\text{(۰٫۲۵ نمره)} \\ MN \parallel BC,\ \text{مورب } AC \Rightarrow \hat{N} = \hat{C}\text{(۰٫۲۵ نمره)} \\ \hat{A} = \hat{A}\text{(۰٫۲۵ نمره)} \end{cases}$$

بنابراین زوایای دو مثلث AMN و ABC نظیر به نظیر برابر یکدیگرند.

از طرفی MN ∥ BC، پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}\text{(۰٫۵ نمره)}$$

یعنی اضلاع دو مثلث AMN و ABC متناسب هستند.

بنابراین طبق تعریف دو مثلث متشابه، مثلث‌های AMN و ABC متشابه هستند. (۰٫۲۵ نمره)

نمره: ۱.۵

ردیف		نمره
۱۳	(see below)	۱.۵

۱۳

دو مثلث ABC و BDE را در نظر بگیرید.

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}=\hat{B}\\ B\hat{D}E=\hat{A}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \overset{\Delta}{BDE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{DE}{AC}=\frac{BE}{BC}=\frac{BD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{۱۲}=\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۹}{x+۱۲} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\frac{y}{۱۲}=\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow y=۶\\ \frac{۹}{x+۱۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=۶\end{array}\right.$$

(صفحهٔ ۳۹ تا ۴۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

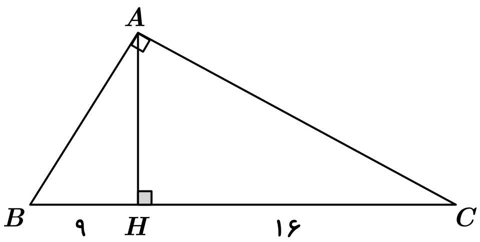
دو مثلث ABC و BDE را در نظر بگیرید.

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}=\hat{B}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\\ B\hat{D}E=\hat{A}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \overset{\Delta}{BDE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \underbrace{\frac{DE}{AC}=\frac{BE}{BC}=\frac{BD}{AB}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{y}{۱۲}=\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۹}{x+۱۲}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\frac{y}{۱۲}=\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow y=۶ \quad (\text{۰٫۲۵ نمره})\\ \frac{۹}{x+۱۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=۶ \quad (\text{۰٫۲۵ نمره})\end{array}\right.$$

۱۴ — نمره: ۱.۵

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:



$$AH^{۲}=BH\times CH=۹\times۱۶=۱۴۴ \Rightarrow AH=۱۲$$

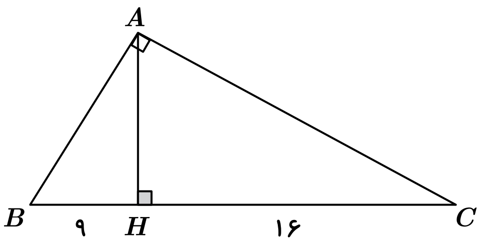
$$AB^{۲}=BH\times BC=۹\times۲۵=۲۲۵ \Rightarrow AB=۱۵$$

$$AC^{۲}=CH\times BC=۱۶\times۲۵=۴۰۰ \Rightarrow AC=۲۰$$

(صفحهٔ ۴۲ و ۴۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:



$$\underbrace{AH^{۲}=BH\times CH}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}=۹\times۱۶=۱۴۴ \Rightarrow \underbrace{AH=۱۲}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}$$

$$\underbrace{AB^{۲}=BH\times BC}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}=۹\times۲۵=۲۲۵ \Rightarrow \underbrace{AB=۱۵}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}$$

$$\underbrace{AC^{۲}=CH\times BC}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}=۱۶\times۲۵=۴۰۰ \Rightarrow \underbrace{AC=۲۰}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}$$

۱۵

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} \overset{\Delta}{AMN} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}=\left(\frac{AM}{AB}\right)^{۲}$$

با توجه به اینکه $\frac{S_{AMN}}{S_{MNCB}}=\frac{۱}{۸}$، در نتیجه $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}=\frac{۱}{۹}$ و داریم:

$$\Rightarrow \frac{۱}{۹}=\left(\frac{AM}{AB}\right)^{۲} \Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{MB}{MA}=۲$$

(صفحهٔ ۴۸ کتاب درسی)

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول هندسه ۱

پایه/رشته: دهم متوسطه – ریاضی

تعداد صفحه: ۸

آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره
	راهنمای تصحیح: $MN \parallel BC \underbrace{\xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} A\overset{\Delta}{M}N \sim A\overset{\Delta}{B}C}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})} \Rightarrow \underbrace{\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = (\frac{AM}{AB})^{۲}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}$ $\Rightarrow \underbrace{\frac{۱}{۹} = (\frac{AM}{AB})^{۲}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})} \Rightarrow \underbrace{\frac{AM}{AB} = \frac{۱}{۳}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{MB}{MA} = ۲ \quad (\text{۰٫۲۵ نمره})$	۱.۲۵
۱۶	می‌دانیم نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است. با توجه به اینکه مشخص نشده محیط داده‌شده مربوط به پنج‌ضلعی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر است، پس مسئله دو جواب دارد. حالت اول: $\frac{S}{S'} = (\frac{P}{P'})^{۲} \Rightarrow \frac{۴}{۹} = (\frac{۱۲}{P'})^{۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۱۲}{P'} \Rightarrow P' = ۱۸$ حالت دوم: $\frac{S}{S'} = (\frac{P}{P'})^{۲} \Rightarrow \frac{۴}{۹} = (\frac{P}{۱۲})^{۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{P}{۱۲} \Rightarrow P = ۸$ (صفحهٔ ۴۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: می‌دانیم نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است. با توجه به اینکه مشخص نشده محیط داده‌شده مربوط به پنج‌ضلعی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر است، پس مسئله دو جواب دارد. (۰٫۲۵ نمره) حالت اول: $\frac{S}{S'} = (\frac{P}{P'})^{۲} \Rightarrow \underbrace{\frac{۴}{۹} = (\frac{۱۲}{P'})^{۲}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۱۲}{P'} \Rightarrow P' = ۱۸ \quad (\text{۰٫۲۵ نمره})$ حالت دوم: $\frac{S}{S'} = (\frac{P}{P'})^{۲} \Rightarrow \underbrace{\frac{۴}{۹} = (\frac{P}{۱۲})^{۲}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{P}{۱۲} \Rightarrow P = ۸ \quad (\text{۰٫۲۵ نمره})$	۱.۲۵