آموزشگاه دخترانه پرنا

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول ریاضی ۲

پایه/رشته: یازدهم متوسطه - تجربی

تعداد صفحه: ۷

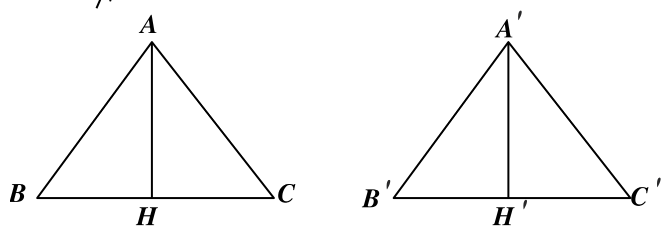
ردیف		نمره

ردیف ۱ — نمره ۲

الف) نادرست؛ زیرا این تعریف شامل خطوط موازی با محورهای مختصات نمی‌شود. مثلاً خط $x = ۲$ که شیب آن تعریف نشده است بر خط $y = ۳$ که شیب آن صفر است عمود است اما رابطهٔ $m \times m' = -۱$ در مورد این دو خط قابل تعریف نیست.

ب) درست؛ زیرا اگر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ با نسبت تشابه K متشابه باشند آنگاه داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}} = \frac{\cancel{\frac{۱}{۲}}\, BC \times AH}{\cancel{\frac{۱}{۲}}\, B'C' \times A'H'} = \frac{BC}{B'C'} \times \frac{AH}{A'H'} = K \times K = K^{۲}$$



ج) درست؛ زیرا اولاً دامنه‌های تابع با هم مساوی هستند:

$$D_f = \mathbb{R} \quad , \quad D_g = \mathbb{R}$$

توجه کنید که دامنهٔ تابع $g(x)$ همان دامنهٔ تابع گویای $\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱}$ است که چون مخرج ریشهٔ حقیقی ندارد دامنه‌اش $\mathbb{R}$ می‌باشد.

ثانیاً- عبارت $\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱}$ عبارتی نامنفی است $(x^{۲} \geq ۰ \quad , \quad x^{۲}+۱ \geq ۱)$ و از آنجایی که مخرج کسر همیشه یک واحد از صورت بیشتر است کسرِ داده‌شده، کمتر از واحد است؛ یعنی: $۰ \leq \frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱} < ۱$

پس $[\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱}] = ۰$ می‌باشد و دو تابع باهم برابرند.

د) نادرست؛ ۱ رادیان برابر است با اندازهٔ زاویهٔ مرکزی روبه‌رو به کمانی از دایره به طول شعاع دایره.

(صفحهٔ ۳ و ۴۶ و ۵۰ و ۷۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نادرست (۰٫۵ نمره) ب) درست (۰٫۵ نمره) ج) درست (۰٫۵ نمره) د) نادرست (۰٫۵ نمره)

ردیف ۲

الف) دو ریشهٔ حقیقی متمایز ← زیرا داریم:

$$\Delta = b^{۲} - ۴ac$$

و می‌دانیم که $b^{۲}$ نامنفی است. $b^{۲} \geq ۰$

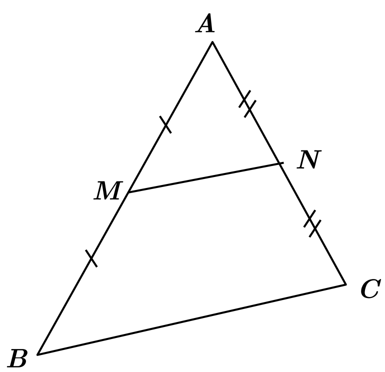
حال اگر $ac < ۰$ باشد آنگاه $۴ac$ هم منفی خواهد بود و می‌توان نوشت:

$$b^{۲} - ۴ac = (\text{نامنفی}) - (\text{منفی}) = \text{نامنفی} + \text{مثبت}$$

$$\rightarrow b^{۲} - ۴ac > ۰$$

پس معادله دو ریشهٔ حقیقی متمایز دارد.

ب) موازی - نصف؛ قضیهٔ فوق به قضیهٔ «میان خط» معروف است. طبق فرض مسئله داریم:



$$\left.\begin{array}{l} AM = MB \rightarrow AM = \frac{۱}{۲}AB \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{۱}{۲} \\ AN = NC \rightarrow AN = \frac{۱}{۲}AC \rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \xrightarrow[\text{قضیه تالس}]{\text{طبق عکس}} MN \parallel BC$$

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول ریاضی ۲

پایه/رشته: یازدهم متوسطه – تجربی

تعداد صفحه: ۷

آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره

ج) یک‌به‌یک؛ اگر f تابعی یک‌به‌یک نباشد آنگاه وارون f، تابع نخواهد بود. مثلاً در زیر داریم:

$$f = \{(۱,۲),(۳,۲)\} \to f^{-1} = \{(۲,۱),(۲,۳)\}$$

می‌بینیم که چون f یک‌به‌یک نبود، وارون f اصلاً تابع نشد. توجه کنید که اصطلاح «وارون تابع f» با اصطلاح «تابع وارون f» می‌تواند متفاوت باشد. در اصطلاح دوم ما مطمئنیم که تابع f یک‌به‌یک بوده است پس وارون f هم تابع می‌باشد.

د) دوم؛ می‌دانیم رادیان عددی است گنگ و تقریباً برابر با ۵۷ درجه است، پس انتهای کمان ۳ رادیان ($۱۷۱ \simeq ۵۷ \times ۳$) در ربع دوم خواهد بود.

(صفحهٔ ۱۲ و ۴۱ و ۵۷ و ۷۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) دو (۰٫۲۵ نمره) – متمایز (۰٫۲۵ نمره)   ب) موازی (۰٫۲۵ نمره) – نصف (۰٫۲۵ نمره)

ج) یک‌به‌یک (۰٫۵ نمره)   د) دوم (۰٫۵ نمره)

ردیف ۲ — نمره: ۲

الف) گزینهٔ (۲)؛ زیرا، برای آنکه معادلهٔ $mx^۲ + ۳x + m^۲ - ۲ = ۰$ دو ریشهٔ معکوس هم داشته باشد باید داشته باشیم:

$$x_۱ = \frac{۱}{x_۲} \to x_۱x_۲ = ۱ \to \frac{c}{a} = ۱ \to a = c$$

$$\to m = m^۲ - ۲ \to m^۲ - m - ۲ = ۰ \Rightarrow (m-۲)(m+۱) = ۰ \begin{cases} m = ۲ \\ m = -۱ \end{cases}$$

از طرفی برای آنکه ریشه‌ها، حقیقی باشند باید داشته باشیم:

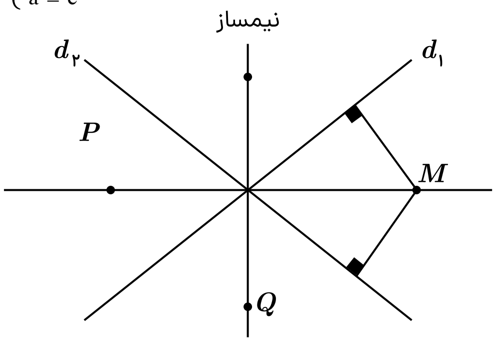
$$\Delta > ۰ \to ۹ - ۴m(m^۲ - ۲) > ۰ \xrightarrow{m=۲} ۹ - ۸(۲^۲ - ۲) = ۹ - ۱۶ = -۷ < ۰$$

پس جواب $m = ۲$ غیرقابل‌قبول است.

نکته: برای آنکه معادلهٔ درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ دارای دو ریشهٔ حقیقی و معکوس هم باشد باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta > ۰ \\ a = c \end{cases} \xrightarrow{a=c} b^۲ - ۴a^۲ > ۰ \to |b| > ۲|a|$$

ب) گزینهٔ (۴)؛ می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. حال چون دو خط متقاطع ۴ زاویهٔ دوبه‌دو متقابل به رأس و مساوی تولید می‌کنند (با توجه به شکل زیر) ۴ نقطه در صفحه وجود دارد که روی نیمسازهای این زوایا هستند و از خط‌ها دارای فاصلهٔ ۳ واحد هستند. (نقاط M، N، P و Q)



ج) گزینهٔ (۳)؛

$$[۲x] + ۱ = ۵ \Rightarrow [۲x] = ۴ \Rightarrow ۴ \le ۲x < ۵ \Rightarrow ۲ \le x < ۲٫۵$$

(صفحهٔ ۱۱ تا ۱۳، ۲۶ تا ۲۸، ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینهٔ (۲) (۰٫۵ نمره)   ب) گزینهٔ (۴) (۰٫۵ نمره)   ج) گزینهٔ (۳) (۰٫۵ نمره)

ردیف ۳ — نمره: ۱.۵

می‌دانیم رابطهٔ طول کمان با شعاع دایره و زاویهٔ دوران به صورت زیر است:

$$\text{برحسب رادیان } \widehat{\alpha} = \frac{\overset{\text{طول کمان}}{\widehat{L}}}{\underbrace{r}_{\text{شعاع دایره}}} \to \widehat{\alpha} = \frac{۳۰}{۴۰} = \frac{۳}{۴} \text{ رادیان}$$

اما در صورت سؤال زاویهٔ دوران را برحسب درجه خواسته، پس داریم:

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{۱۸۰} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\pi} \Rightarrow D = \frac{\frac{۳}{۴} \times ۱۸۰}{\pi} \Rightarrow D = \frac{۱۳۵}{\pi} \text{ درجه}$$

ردیف ۴

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول ریاضی ۲

پایه/رشته: یازدهم متوسطه – تجربی

تعداد صفحه: ۷

آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره
	(صفحهٔ ۷۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\widehat{\alpha} = \frac{L}{r}$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow \widehat{\alpha} = \frac{۳۰}{۴۰} = \frac{۳}{۴}\,\text{rad}$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow \frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi}$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow \frac{D}{۱۸۰} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\pi} \Rightarrow D = \frac{\frac{۳}{۴} \times ۱۸۰}{\pi} \Rightarrow D = \frac{۱۳۵}{\pi}$ درجه (۰٫۲۵ نمره)	۱
۵	الف) ابتدا جمع و ضرب ریشه‌های معادله را می‌یابیم: $\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = ۵ \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = ۳ \end{cases}$ سپس عبارت A را ساده می کنیم تا بتوان آن را برحسب S و P نوشت: $\frac{۱}{\alpha^۲} + \frac{۱}{\beta^۲} = \frac{\beta^۲ + \alpha^۲}{\alpha^۲\beta^۲} = \frac{S^۲ - ۲P}{P^۲} \Rightarrow A = \frac{۲۵ - ۶}{۹} = \frac{۱۹}{۹}$ ب) می‌دانیم ریشهٔ معادله در آن صدق می‌کند، پس داریم: $x^۲ - ۵x + ۳ = ۰ \rightarrow x^۲ + ۳ = ۵x \xrightarrow{x=\beta} \beta^۲ + ۳ = ۵\beta$ $\rightarrow B = \alpha^۲ + \beta^۲ + ۳ \rightarrow B = S^۲ - ۲P + ۳ \rightarrow B = ۲۲$ **نکته: روابط بین ضرایب و ریشه‌ها در معادلهٔ درجه دوم: اگر جمع و ضرب ریشه‌های معادله $ax^۲ + bx + c = ۰$ را S و P فرض کنیم، خواهیم داشت:** مجموع مربعات ریشه‌ها : $\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = S^۲ - ۲P$ مجموع مکعبات ریشه‌ها : $\alpha^۳ + \beta^۳ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha^۲\beta - ۳\alpha\beta^۲ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^۳ - ۳PS$ (صفحهٔ ۱۱ تا ۱۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) $A = \frac{\beta^۲ + \alpha^۲}{\alpha^۲\beta^۲}$ (۰٫۲۵ نمره) $= \frac{(\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta}{(\alpha\beta)^۲} = \frac{S^۲ - ۲P}{P^۲}$ (۰٫۲۵ نمره) $= \frac{۱۹}{۹}$ (۰٫۵ نمره) ب) $x^۲ + ۳ = ۵x \xrightarrow{x=\beta} \beta^۲ + ۳ = ۵\beta$ (۰٫۲۵ نمره) $\rightarrow B = \alpha^۲ + \beta^۲ + ۳$ (۰٫۲۵ نمره) $\rightarrow B = S^۲ - ۲P + ۳$ $\Rightarrow B = ۲۲$ (۰٫۲۵ نمره)	۱٫۷۵
۶	عبارت زیر رادیکال و حاصل رادیکال هر دو مقادیری نامنفی هستند؛ بنابراین $x \geq -۲$ و با توجه به $\sqrt{x + ۲} = ۴ - x$ داریم $x \leq ۴$؛ بنابراین $-۲ \leq x \leq ۴$ و در نتیجه ریشهٔ معادله باید در این بازه باشد. $\sqrt{x + ۲} = ۴ - x \Rightarrow (x + ۲) = (۴ - x)^۲$ $\Rightarrow x + ۲ = ۱۶ - ۸x + x^۲ \Rightarrow x^۲ - ۹x + ۱۴ = ۰$ $\Rightarrow (x - ۲)(x - ۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ & \text{ق ق} \\ x = ۷ & \text{غ ق ق} \end{cases}$ (صفحهٔ ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\sqrt{x + ۲} = ۴ - x \Rightarrow (x + ۲) = (۴ - x)^۲$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow x + ۲ = ۱۶ - ۸x + x^۲$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow x^۲ - ۹x + ۱۴ = ۰$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow (x - ۲)(x - ۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ & \text{ق ق (۰٫۲۵ نمره)} \\ x = ۷ & \text{غ ق ق (۰٫۲۵ نمره)} \end{cases}$	۱٫۲۵
۷	برای یافتن معادلهٔ ارتفاع BH به دو چیز نیاز داریم: ۱) مختصات یک نقطه از خط ← که نقطهٔ B را در نظر می‌گیریم. ۲) شیب خط ← کافی است شیب قاعدهٔ AC را یافته، آن را قرینهٔ معکوس کنیم:	

ردیف		نمره

$$AC\ \text{شیب} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{۲-۴}{۴-۱} = \frac{-۲}{۳} \rightarrow BH\ \text{شیب} = \frac{۳}{۲}$$

$$\rightarrow y - y_{\circ} = m(x - x_{\circ}) \rightarrow y-(-۲) = \frac{۳}{۲}(x+۲) \rightarrow \underbrace{y = \frac{۳}{۲}x + ۱}_{\text{معادلهٔ ارتفاع BH}}$$

(صفحهٔ ۲ تا ۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$AC\ \text{شیب} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{۲-۴}{۴-۱} = \frac{-۲}{۳}\ (\text{۰٫۲۵ نمره}) \rightarrow BH\ \text{شیب} = \frac{۳}{۲}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})$$

$$\rightarrow y - y_{\circ} = m(x - x_{\circ}) \rightarrow y+۲ = \frac{۳}{۲}(x+۲) \rightarrow y = \frac{۳}{۲}x + ۱\ (\text{۰٫۲۵ نمره})$$

نمره: ۰.۷۵

۸

برای به دست آوردن فاصلهٔ نقطه $A(۳, ۴)$ از خط $y = ۲x + ۱$ ابتدا معادلهٔ خط را به‌صورت $-۲x + y - ۱ = ۰$ می‌نویسیم سپس با توجه به فرمول داریم:

$$d = \frac{|-۲(۳)+۴-۱|}{\sqrt{(-۲)^۲+۱}} = \frac{۳}{\sqrt{۵}}$$

راهنمای تصحیح:

$$d = \frac{\overbrace{|-۲(۳)+۴-۱|}^{(\text{۰٫۲۵ نمره})}}{\underbrace{\sqrt{(-۲)^۲+۱}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}} = \frac{۳}{\sqrt{۵}}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})$$

نمره: ۰.۷۵

۹

۱- ابتدا از نقطهٔ A خطی بر d عمود می‌کنیم و آن را $d_۱$ می‌نامیم.

۲- سپس خط $d_۲$ را به‌گونه‌ای رسم می‌کنیم که بر خط $d_۱$ عمود باشد و از نقطهٔ A بگذرد.

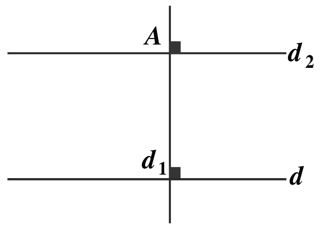
۳- دو خط d و $d_۲$ بر خط $d_۱$ عمودند. پس d و $d_۲$ با هم موازی‌اند و $d_۲$ از A عبور کرده است.

راهنمای تصحیح:

۱- ابتدا از نقطهٔ A خطی بر d عمود می‌کنیم و آن را $d_۱$ می‌نامیم. (۰٫۵ نمره)

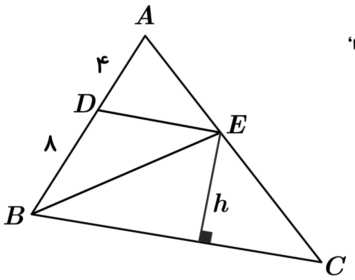
۲- سپس خط $d_۲$ را به‌گونه‌ای رسم می‌کنیم که بر خط $d_۱$ عمود باشد و از نقطهٔ A بگذرد. (۰٫۵ نمره)

۳- دو خط d و $d_۲$ بر خط $d_۱$ عمودند. پس d و $d_۲$ با هم موازی‌اند و $d_۲$ از A عبور کرده است. (۰٫۵ نمره)



نمره: ۱.۵

۱۰



می‌دانیم فاصلهٔ دو خط موازی در تمام نقاط یکسان است پس ارتفاع هر دو مثلث $\overset{\Delta}{BCE}$ و $\overset{\Delta}{BDE}$ را می‌توانیم «h» در نظر بگیریم،

بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BCE}}}{S'_{\overset{\Delta}{BDE}}} = \frac{\frac{۱}{۲}BC \times h}{\frac{۱}{۲}DE \times h} = \frac{BC}{DE}$$

از طرفی چون دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{ADE}$ متشابه‌اند داریم:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{۱۲}{۴} = ۳ \rightarrow \frac{S}{S'} = ۳$$

راه دوم: مطابق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

ردیف		نمره

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow\frac{DE}{BC}=\frac{۴}{۱۲}\Rightarrow\frac{BC}{DE}=۳\rightarrow\frac{S}{S'}=۳$$

(صفحهٔ ۳۳ تا ۴۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$DE\parallel BC\Rightarrow \overset{\Delta}{ADE}\sim\overset{\Delta}{ABC}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\Rightarrow\frac{BC}{DE}=\frac{AB}{AD}=\frac{۱۲}{۴}=۳\ (*)\ (\text{۰٫۲۵ نمره})$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفی}}\frac{S_{\Delta BCE}}{S'_{\Delta BDE}}=\frac{\frac{۱}{۲}BC\times h}{\frac{۱}{۲}DE\times h}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})=\frac{BC}{DE}\xrightarrow{(*)}\frac{S}{S'}=۳\ (\text{۰٫۲۵ نمره})$$

نمره: ۱

۱۱

در مثلث $\overset{\Delta}{AMC}$، BE موازی AC است، پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{ME}{AM}=\frac{MB}{MC}\ (۱)$$

به دلیل مشابه (موازی بودن AB با DC) در مثلث $\overset{\Delta}{DMC}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{AM}{MD}=\frac{MB}{MC}\ (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: $\frac{AM}{MD}=\frac{ME}{AM}$ پس داریم:

$$(AM)^۲=ME\times MD\xrightarrow{ME=x}(x+۳)^۲=x(x+۱۰)\rightarrow\cancel{x^۲}+۶x+۹=\cancel{x^۲}+۱۰x$$

$$\rightarrow ۴x=۹\rightarrow x=\frac{۹}{۴}=۲٫۲۵\rightarrow MD=x+۳+۷\rightarrow MD=۱۲٫۲۵$$

(صفحهٔ ۳۳ تا ۴۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{AMC}:\frac{ME}{AM}=\frac{MB}{MC}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\\ \overset{\Delta}{DMC}:\frac{AM}{MD}=\frac{MB}{MC}\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{ME}{AM}=\frac{AM}{MD}\Rightarrow(AM)^۲=ME\times MD\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\xrightarrow{ME=x}$$

$$\rightarrow(x+۳)^۲=x(x+۱۰)\Rightarrow x=۲٫۲۵\Rightarrow MD=۱۲٫۲۵\ (\text{۰٫۲۵ نمره})$$

نمره: ۱

۱۲

فرض می‌کنیم که $HC=x$ باشد، پس $BH=۱۵-x$ از طرفی طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH^۲=BH\times HC$$

$$\Rightarrow ۶^۲=(۱۵-x)x\Rightarrow ۳۶=۱۵x-x^۲$$

$$\Rightarrow x^۲-۱۵x+۳۶=۰\Rightarrow(x-۳)(x-۱۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۳\\x=۱۲\end{cases}$$

راهنمای تصحیح:

$$۶^۲=(۱۵-x)x\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\Rightarrow x^۲-۱۵x+۳۶=۰$$

$$\Rightarrow(x-۳)(x-۱۲)=۰\ (\text{۰٫۲۵ نمره})\Rightarrow\begin{cases}x=۳\quad \text{ق ق}\quad(\text{۰٫۲۵ نمره})\\x=۱۲\quad \text{غ ق ق}\quad(\text{۰٫۲۵ نمره})\end{cases}$$

نمره: ۱

۱۳

برای آنکه دامنهٔ تابع گویا برابر مجموعهٔ اعداد حقیقی ($\mathbb{R}$) باشد، باید مخرج کسر، ریشه نداشته باشد. عبارت درجهٔ دوم زمانی ریشهٔ حقیقی ندارد که $\Delta<۰$ باشد، پس:

$$۳^۲-۴a(-۱)<۰\Rightarrow ۹+۴a<۰\Rightarrow a<-\frac{۹}{۴}$$

(صفحهٔ ۴۸ تا ۵۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول ریاضی ۲

پایه/رشته: یازدهم متوسطه - تجربی

تعداد صفحه: ۷

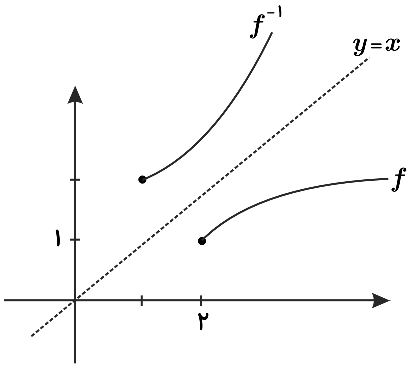
آموزشگاه دخترانه پرنا

ردیف		نمره
	$۳^۲ - ۴a(-۱) < ۰$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow ۹ + ۴a < ۰$ (۰٫۲۵ نمره) $\Rightarrow a < -\frac{۹}{۴}$ (۰٫۲۵ نمره)	۰.۷۵

ردیف ۱۴ — نمره: ۱

چون هر خط افقی و هر خط عمودی نمودار تابع f را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند تابع f یک‌به‌یک است.

برای رسم تابع وارون، تابع را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم)، قرینه می‌کنیم:

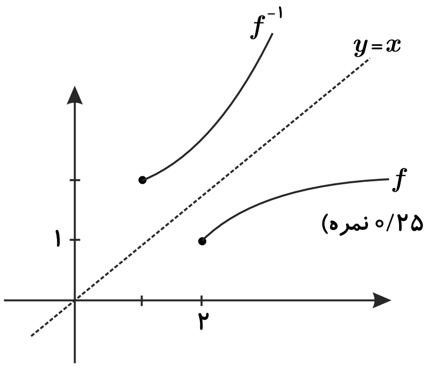


(صفحهٔ ۵۶ تا ۶۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

چون هر خط افقی و هر خط عمودی نمودار تابع f را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند تابع f یک‌به‌یک است. (۰٫۵ نمره)

(۰/۲۵ نمره)



(۰/۲۵ نمره)

ردیف ۱۵ — نمره: ۱.۲۵

هنگام انجام ۴ عمل اصلی روی توابع زوج مرتبی، ابتدا زوج‌هایی را در نظر می‌گیریم که مؤلفهٔ اول یکسان دارند، سپس عمل خواسته‌شده را روی مؤلفه‌های دوم انجام می‌دهیم:

$$\begin{array}{l} D_f = \{-۲,۴,۵,۶\} \\ D_g = \{۲,۳,۴,۵,۶\} \end{array} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{۴,۵,۶\}$$

الف) $f - g = \{(۴,۳-۱),(۵,۵-۰),(۶,۲-۲)\} \rightarrow f - g = \{(۴,۲),(۵,۵),(۶,۰)\}$

ب) $\frac{f}{g} = \{(۴,\frac{۳}{۱}), \underbrace{(۵,\frac{۵}{۰})}_{\text{تعریف نشده، پس ۵ در دامنهٔ } \frac{f}{g} \text{ قرار ندارد.}}, (۶,\frac{۲}{۲})\} \rightarrow \frac{f}{g} = \{(۴,۳),(۶,۱)\}$

(صفحهٔ ۶۵ تا ۷۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\begin{array}{l} D_f = \{-۲,۴,۵,۶\} \\ D_g = \{۲,۳,۴,۵,۶\} \end{array} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{۴,۵,۶\} \text{ (۰٫۲۵ نمره)}$$

الف) $f - g = \{(۴,۲),(۵,۵),(۶,۰)\}$ (۰٫۲۵ نمره)

ب) $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x|g(x) = ۰\} = \underbrace{\{۴,۵,۶\} - \{۵\}}_{\text{(۰٫۲۵ نمره)}} = \{۴,۶\}$ (۰٫۲۵ نمره) $\frac{f}{g} = \{(۴,۳),(۶,۱)\}$ (۰٫۲۵ نمره)

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول ریاضی۲

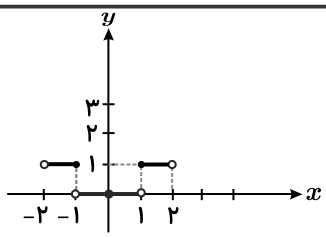
پایه/رشته: یازدهم متوسطه - تجربی

تعداد صفحه: ۷

آموزشگاه دخترانه پرنا

نمره		ردیف
۱.۵	(see below)	۱۶

می‌دانیم تابع قدرمطلق که در درون نماد جزء صحیح قرار گرفته باید روی ریشه‌اش ($x = ۰$) بازه‌بندی (چند ضابطه‌ای) گردد، پس داریم:



$$f(x) = \begin{cases} [-x] \,, & -۲ < x < ۰ \\ [x] \,, & ۰ \leq x < ۲ \end{cases}$$

حال برای رسم تابع $f(x)$ باید بازه‌ها را یک واحد - یک واحد بشکنیم:

$-۲ < x \leq -۱ \to ۲ > -x \geq ۱ \to [-x] = ۱ \to f(x) = ۱$

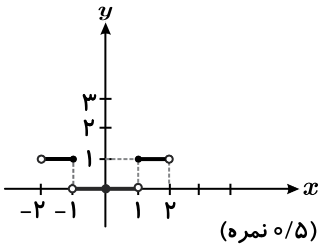
$-۱ < x < ۰ \to ۱ > -x > ۰ \to [-x] = ۰ \to f(x) = ۰$

$۰ \leq x < ۱ \to [x] = ۰ \to f(x) = ۰$

$۱ \leq x < ۲ \to [x] = ۱ \to f(x) = ۱$

(صفحهٔ ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



(۰/۵ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} [-x] \,, & -۲ < x < ۰ \\ [x] \,, & ۰ \leq x < ۲ \end{cases}$$

۱) $-۲ < x \leq -۱ \to ۱ \leq -x < ۲ \to [-x] = ۱ \to f(x) = ۱$ (۰٫۲۵ نمره)

۲) $-۱ < x < ۰ \to ۰ < -x < ۱ \to [-x] = ۰ \to f(x) = ۰$ (۰٫۲۵ نمره)

۳) $۰ \leq x < ۱ \to [x] = ۰ \to f(x) = ۰$ (۰٫۲۵ نمره)

۴) $۱ \leq x < ۲ \to [x] = ۱ \to f(x) = ۱$ (۰٫۲۵ نمره)