



ردیف	نمره														
۱	<p>(الف) نادرست؛ اگر U مجموعه مرجع باشد، مجموعه $U - A$ را متمم مجموعه A می‌گوییم. دقت کنید که $A - U$ مجموعه تهی است. (صفحه ۸ کتاب درسی)</p> <p>(ب) نادرست؛ می‌دانیم اگر α زاویه‌ای باشد که خط d با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد، آنگاه $\tan \alpha =$ شیب خط. شیب خط داده شده برابر $\sqrt{3}$ است. پس تانژانت این زاویه برابر $\sqrt{3}$ است. بنابراین زاویه آن 60° درجه است. (صفحه ۴۰ کتاب درسی)</p> <p>(ج) درست؛ اگر $0 < a < 1$ باشد، با افزایش توان، حاصل کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:</p> $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}} \xrightarrow{\frac{1}{3} < \frac{2}{5}} a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{2}{5}}$ $\sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}}$ <p>(صفحه ۶۰، ۶۱ کتاب درسی)</p> <p>(د) درست؛ اگر در عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$، $\Delta < 0$ باشد، آنگاه علامت y همواره موافق علامت a است؛ بنابراین:</p> $y = x^2 - 10x + 26 \Rightarrow \Delta = 100 - 104 < 0 \xrightarrow{a > 0} y > 0$ <p>(صفحه ۸۶ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) نادرست (۲۵/۰ نمره) (ب) نادرست (۲۵/۰ نمره) (ج) درست (۲۵/۰ نمره) (د) درست (۲۵/۰ نمره)</p>														
۲	<p>(الف) ۱۵، ۲۵ و ۳ جملات اول و دوم و سوم دنباله حسابی هستند، بنابراین:</p> $2x + 5 - 3 = 15 - 2x - 5 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$ <p>پس جمله xم، همان جمله دوم است و برابر $2 \times 2 + 5 = 9$ است. (صفحه ۲۲ کتاب درسی)</p> <p>(ب) می‌دانیم اگر نقطه $P(x, y)$ روی دایره مثلثاتی باشد، آنگاه $x^2 + y^2 = 1$؛ بنابراین:</p> $x^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ <p>(صفحه ۳۹ کتاب درسی)</p> <p>(ج) می‌دانیم $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$؛ بنابراین:</p> $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = x^3 - 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 - (2)^3 = (x - 2)^3$ $x = 2 + \sqrt[3]{-8} \Rightarrow \text{حاصل} = (2 + \sqrt[3]{-8} - 2)^3 = (\sqrt[3]{-8})^3 = -8$ <p>(صفحه ۶۷ کتاب درسی)</p> <p>(د) می‌دانیم اگر $A(\alpha, y)$، $B(\beta, y)$ روی یک سهمی باشند، آنگاه $x_s = \frac{\alpha + \beta}{2}$ رأس سهمی است و خط $x = x_s$ محور تقارن است. بنابراین:</p> $\begin{cases} \text{روی سهمی } (-2, \frac{2}{5}) \\ \text{روی سهمی } (6, 0,4) \end{cases} \xrightarrow{\frac{2}{5} = 0,4} x_s = \frac{-2 + 6}{2} = 2$ <p>(صفحه ۷۹ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) ۹ (ب) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ یا $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (ج) ۵ (د) $x = 2$ (هر مورد ۵/۰ نمره)</p>														
۳	<p>(الف) گزینه ۲؛ می‌دانیم اگر $n \in \mathbb{N}$ باشد، آنگاه:</p> $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ <p>با توجه به الگوی داده شده داریم:</p> <table border="1" data-bbox="175 2016 845 2105"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>...</td> <td>۳۰</td> </tr> <tr> <td>تعداد</td> <td>۱</td> <td>۱ + ۲</td> <td>۱ + ۲ + ۳</td> <td>۱ + ۲ + ۳ + ۴</td> <td>...</td> <td>۱ + ۲ + ... + ۳۰</td> </tr> </table> <p>بنابراین:</p>	مرحله	۱	۲	۳	۴	...	۳۰	تعداد	۱	۱ + ۲	۱ + ۲ + ۳	۱ + ۲ + ۳ + ۴	...	۱ + ۲ + ... + ۳۰
مرحله	۱	۲	۳	۴	...	۳۰									
تعداد	۱	۱ + ۲	۱ + ۲ + ۳	۱ + ۲ + ۳ + ۴	...	۱ + ۲ + ... + ۳۰									



ردیف	نمره	
	۲	<p>تعداد نقاط شکل سی‌ام $= 1 + 2 + \dots + 30 = \frac{30 \times 31}{2} = 465$</p> <p>(صفحه ۱۹ کتاب درسی) (ب) گزینه ۳:</p> $\left. \begin{aligned} \sin^2 \alpha - 3 \sin \alpha > 0 &\Rightarrow \sin \alpha (\sin \alpha - 3) > 0 \\ &\Rightarrow \sin \alpha < 0 \quad (1) \end{aligned} \right\} \begin{matrix} \text{در ربع سوم است.} \\ (1), (2) \end{matrix}$ <p>$-1 \leq \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow -4 \leq \sin \alpha - 3 \leq -2$</p> <p>$\cot \cdot \sin \alpha < 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0 \quad (2)$</p> <p>(صفحه ۴۱ کتاب درسی) (ج) گزینه ۴: اگر $\sqrt{x+5} - \sqrt{x-2} = k$ باشد، داریم:</p> $(\sqrt{x+5} + \sqrt{x-2})(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-2}) = 1 \cdot k \Rightarrow (\sqrt{x+5})^2 - (\sqrt{x-2})^2 = 1 \cdot k$ $\Rightarrow x+5 - x-2 = 1 \cdot k \Rightarrow k = \frac{3}{1} = 3$ <p>(صفحه ۶۷ کتاب درسی) (د) گزینه ۳: مراحل روش مربع کامل را طی می‌کنیم:</p> $3x^2 - 6x - 8 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 8 \xrightarrow{+3} x^2 - 2x = \frac{8}{3}$ $\left(-\frac{2}{2}\right)^2 = 1$ $\xrightarrow{+1} x^2 - 2x + 1 = \frac{8}{3} + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = \frac{11}{3} \Rightarrow \text{گزینه ۳ پاسخ است}$ <p>(صفحه ۷۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۳) ج) گزینه (۴) د) گزینه (۳) هر مورد ۵/۵ نمره</p>
	۱	<p>فرض کنیم x نفر به هر دو رشته علاقه‌مند هستند، با توجه به نمودار ون داریم:</p> $11x \Rightarrow (50 - x) + x + 30 + 30 = 11x \Rightarrow 110 = 11x \Rightarrow x = 10$ <p>الف) پس ۴۰ نفر فقط به فوتبال و ۳۰ نفر فقط به والیبال علاقه دارند؛ بنابراین ۷۰ نفر فقط به یک رشته علاقه دارند. ب) تعداد $40 + 10 + 30 = 80$ نفر به هر دو رشته علاقه دارند. (صفحه ۱۳ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح: رسم نمودار ون (۲۵/۵ نمره) محاسبه مقدار $x = 10$ (۲۵/۵ نمره) الف) ۷۰ نفر (۲۵/۵ نمره) ب) ۸۰ نفر (۲۵/۵ نمره)</p>
	۵	<p>اگر t_n جمله عمومی دنباله حسابی، با قدرنسبت d باشد، آنگاه:</p> $t_n = t_1 + (n-1)d$ <p>حال داریم:</p>



ردیف	نمره	
	۱.۲۵	$t_x = 3t_y \Rightarrow t_1 + 7d = 3(t_1 + 7d) \Rightarrow d = 2t_1 \quad (*)$ $t_y + t_5 = 90 \Rightarrow t_1 + d + t_1 + 4d = 90 \Rightarrow 2t_1 + 5d = 90 \xrightarrow{(*)} d + 5d = 90$ $\Rightarrow 6d = 90 \Rightarrow d = 15 \xrightarrow{(*)} 15 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{15}{2} = 7,5$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۲۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $t_1 + 7d = 3(t_1 + 7d) \quad (نمره ۲۵) \quad d = 2t_1 \quad \text{یا} \quad 2t_1 - d = 0$ $t_1 + d + t_1 + 4d = 90 \quad \text{یا} \quad 2t_1 + 5d = 90 \quad (نمره ۲۵)$ $\Rightarrow d = 15 \quad (نمره ۲۵) \quad , \quad t_1 = 7,5 \quad (نمره ۲۵)$
	۱.۵	<p>الف) می‌دانیم جمله عمومی دنباله هندسی با قدرنسبت r به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است. حال داریم:</p> $\begin{cases} t_y = 2x \\ t_1 = x \end{cases} \Rightarrow r = \frac{2x}{x} = 2$ $t_y = x^2 + 7 \Rightarrow \frac{t_y}{t_1} = r^2 \Rightarrow \frac{x^2 + 7}{x} = 4 \Rightarrow x^2 + 7 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 7 = 0$ $\Rightarrow (x-1)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 7 \end{cases}$ <p style="text-align: right;">(ب)</p> $t_y t_1 = 36 \Rightarrow (t_1 r)(t_1 r^9) = t_1^2 r^{10} = (t_1 r^5)^2 = 36$ $\Rightarrow (t_1 r^5)^2 = 36 \Rightarrow t_1 r^5 = \pm 6$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف)</p> $r = \frac{2x}{x} = 2 \quad (نمره ۲۵)$ $\frac{x^2 + 7}{2x} = 4 \quad (نمره ۲۵) \Rightarrow x^2 - 4x + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \quad (نمره ۲۵) \\ x = 7 \quad (نمره ۲۵) \end{cases}$ <p style="text-align: right;">(ب)</p> $t_1^2 r^{10} = 36 \quad (نمره ۲۵) \Rightarrow (t_1 r^5)^2 = 36 \Rightarrow t_1 r^5 = \pm 6 \quad (نمره ۲۵)$
	۷	<p>الف)</p> $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{8}{3}$ <p>ب) می‌دانیم مساحت هر مثلث برابر با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است؛ بنابراین ابتدا مقدار $\sin \widehat{A}$ را به دست می‌آوریم:</p> $\sin^2 \widehat{A} = 1 - \cos^2 \widehat{A} \Rightarrow \sin^2 \widehat{A} = 1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \Rightarrow \sin \widehat{A} = \pm \frac{2}{3}$ <p>چون \widehat{A} زاویه مثلث و $0^\circ < \widehat{A} < 180^\circ$ پس $\sin \widehat{A} = \frac{2}{3}$ است.</p> <p>حال داریم:</p> $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{A} \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times AC \times \frac{2}{3} \Rightarrow 8 = 2AC \Rightarrow AC = 4$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۳۱، ۳۳، ۴۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف)</p> $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB} \quad \text{یا} \quad \tan \widehat{B} = \frac{x}{4} \quad (نمره ۲۵)$ $x = \frac{8}{3} \quad (نمره ۲۵)$



ردیف	نمره	
(ب)	۱.۵	$\sin^2 \widehat{A} = 1 - \cos^2 \widehat{A} \text{ (نمره ۰٫۲۵)} \Rightarrow \sin \widehat{A} = \frac{2}{3} \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$ $S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \widehat{A} \text{ یا } S = \frac{1}{2} \times 6 \times AC \times \frac{2}{3} \text{ (نمره ۰٫۲۵)} \Rightarrow AC = 4 \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$
۸	۱	<p>می‌دانیم:</p> $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x, \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ <p>حال داریم:</p> $\sin^2 x + \cos^2 x = k \Rightarrow \sin^2 x + (1 - \sin^2 x) = k$ $\Rightarrow \sin^2 x + 1 - 2 \sin^2 x + \sin^2 x = \sin^2 x + \frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x + \cos^2 x = k$ <p>روش دوم:</p> $\sin^2 x - \cos^2 x = (\sin^2 x - \cos^2 x) \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)}{1}$ $\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{k} = k$ <p>(صفحه ۴۳، ۴۴، ۴۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $\sin^2 x + (1 - \sin^2 x) = \sin^2 x + 1 - 2 \sin^2 x + \sin^2 x$ <p>(نمره ۰٫۲۵) (نمره ۰٫۲۵)</p> $= \sin^2 x + 1 - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{k} = k \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$ <p>(نمره ۰٫۲۵)</p>
۹	۱.۲۵	<p>با استفاده از روابط مثلثاتی $\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$، $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$، $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ داریم:</p> $\left(\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta}\right)(\tan \theta \cot \theta + \cot^2 \theta) + \cos \theta = \left(\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta}\right)(1 + \cot^2 \theta) + \cos \theta$ $= \left(\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta}\right)\left(\frac{1}{\sin^2 \theta}\right) + \cos \theta = \frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \cos \theta = \frac{\sin^2 \theta + \cos \theta + \cos^2 \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta} = 1$ <p>می‌توان قسمت انتهایی سؤال را به صورت زیر نیز ساده کرد:</p> $\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \cos \theta = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \cos \theta = \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 + \cos \theta} + \cos \theta = 1 - \cos \theta + \cos \theta = 1$ <p>(صفحه ۴۳، ۴۴، ۴۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $\left(\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta}\right)(\tan \theta \cot \theta + \cot^2 \theta) + \cos \theta = \left(\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta}\right)(1 + \cot^2 \theta) + \cos \theta$ $= \left(\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta}\right)\left(\frac{1}{\sin^2 \theta}\right) + \cos \theta = \frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \cos \theta = \frac{\sin^2 \theta + \cos \theta + \cos^2 \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta} = 1 \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$ <p>(نمره ۰٫۲۵) (نمره ۰٫۲۵) (نمره ۰٫۲۵)</p> <p>توضیح برای مصحح: (اشاره به رابطه $\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$ (نمره ۰٫۲۵))</p> <p>رابطه $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$ یا محاسبه آن (نمره ۰٫۲۵)</p> <p>ساده کردن و رسیدن به رابطه $\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta}$ (نمره ۰٫۲۵)</p> <p>مخرج مشترک گیری یا استفاده از اتحاد مزدوج (نمره ۰٫۲۵) و رسیدن به عدد یک (نمره ۰٫۲۵)</p>
۱۰		الف) می‌دانیم هر عدد حقیقی یک ریشه سوم (ریشه فرد) دارد و هر عدد حقیقی نامنفی دو ریشه چهارم (زوج) دارد که قرینه هم هستند؛ بنابراین:



ردیف	نمره
	<p> $۶۴ = \sqrt[۳]{۶۴} = \sqrt[۳]{۴^۳} = ۴$ $۸۱ = \pm\sqrt[۴]{۸۱} = \pm\sqrt[۴]{۳^۴} = \pm ۳$ </p> <p> $(a > 0, n, m \in \mathbb{N}, n, m > 1) \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a} = nm\sqrt{a}$ نکته: با استفاده از رابطه $(a > 0, n, m \in \mathbb{N}, n > 1) \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ عبارت داده شده را به صورت توان‌های گویا می‌نویسیم: </p> <p> $\sqrt[۵]{۲^۳ \sqrt[۱۶]{۶}} = \sqrt[۴]{۲^a} \Rightarrow \sqrt[۵]{۲^۳} \times \sqrt[۱۶]{۶} = \sqrt[۴]{۲^a} \Rightarrow ۲^{\frac{۳}{۵}} \times ۱۶^{\frac{۱}{۱۶}} = ۲^{\frac{a}{۴}}$ $۲^{\frac{۳}{۵}} \times ۲^{\frac{۴}{۱۶}} = ۲^{\frac{a}{۴}} \Rightarrow ۲^{\frac{۳}{۵}} = ۲^{\frac{a}{۴}} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{a}{۴} \Rightarrow a = \frac{۲۸}{۱۵}$ </p> <p>روش دوم قسمت (ب)</p> <p> $\sqrt[۵]{۲^۳ \sqrt[۱۶]{۶}} = \sqrt[۴]{۲^a} \Rightarrow \sqrt[۵]{۲^۳ \sqrt[۱۶]{۶}} = \sqrt[۴]{۲^a} \Rightarrow \sqrt[۱۶]{۲^۳ \times ۲^{\frac{۴}{۱۶}}} = \sqrt[۴]{۲^a} \Rightarrow \sqrt[۱۶]{۲^{\frac{۳۲}{۱۶}}} = \sqrt[۴]{۲^a}$ $\Rightarrow ۲^{\frac{۳۲}{۱۶}} = ۲^{\frac{a}{۴}} \Rightarrow a = \frac{۲۸}{۱۵}$ </p> <p>۱.۲۵</p> <p>(صفحه ۵۹، ۶۰، ۶۱ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) محاسبه عدد ۱ (۲۵، نمره) ب) روش اول: روش دوم: (۲۵، نمره) $a = \frac{۲۸}{۱۵}$ (نمره، ۲۵) $\Rightarrow a = \frac{۲۸}{۱۵}$ (نمره، ۲۵) $\Rightarrow ۲^{\frac{۳}{۵}} = ۲^{\frac{a}{۴}}$ (نمره، ۵) یا $۲^{۲۸} = ۲^{۱۵a}$ (نمره، ۲۵) $\Rightarrow a = \frac{۲۸}{۱۵}$ (نمره، ۲۵)</p>
	<p>روش اول: می‌دانیم $(a > 0, n, k \in \mathbb{N}, n > 1) \sqrt[n]{a^k} = \sqrt[nk]{a^k}$</p> <p> $AB = \sqrt{\sqrt{۲} + ۱} \times \sqrt[۴]{۳ - ۲\sqrt{۲}} = \sqrt[۴]{(\sqrt{۲} + ۱)^۲} \times \sqrt[۴]{۳ - ۲\sqrt{۲}}$ $= \sqrt[۴]{۲ + ۲\sqrt{۲} + ۱} \times \sqrt[۴]{۳ - ۲\sqrt{۲}} = \sqrt[۴]{۳ + ۲\sqrt{۲}} \times \sqrt[۴]{۳ - ۲\sqrt{۲}} = \sqrt[۴]{(۳ + ۲\sqrt{۲})(۳ - ۲\sqrt{۲})}$ $\sqrt[۴]{۹ - ۸} = \sqrt[۴]{۱} = ۱ \Rightarrow \frac{۲}{AB} = ۲$ </p> <p>روش دوم: می‌دانیم $(n \in \mathbb{N}, \text{زوج}) \sqrt[n]{a^n} = a$</p> <p> $B = \sqrt[۴]{۳ - ۲\sqrt{۲}} = \sqrt[۴]{(\sqrt{۲})^۲ - ۲(\sqrt{۲})(۱) + ۱} = \sqrt[۴]{(\sqrt{۲} - ۱)^۲} = \sqrt{ \sqrt{۲} - ۱ } = \sqrt{\sqrt{۲} - ۱}$ </p> <p>۱</p> <p> $AB = \sqrt{\sqrt{۲} + ۱} \times \sqrt{\sqrt{۲} - ۱} = \sqrt{(\sqrt{۲} + ۱)(\sqrt{۲} - ۱)} = \sqrt{۲ - ۱} = ۱ \Rightarrow \frac{۲}{AB} = ۲$ </p> <p>(صفحه ۶۳، ۶۴، ۶۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: روش اول: رسیدن به $A = \sqrt[۴]{۳ + ۲\sqrt{۲}}$ (نمره، ۲۵) روش دوم: رسیدن به $B = \sqrt[۴]{(\sqrt{۲} - ۱)^۲}$ (نمره، ۲۵) (نمره، ۲۵) $\Rightarrow \frac{۲}{AB} = ۲$ (نمره، ۲۵) $\Rightarrow AB = \sqrt[۴]{(۳ + ۲\sqrt{۲})(۳ - ۲\sqrt{۲})}$ (نمره، ۲۵) (نمره، ۲۵) $\Rightarrow \frac{۲}{AB} = ۲$ (نمره، ۲۵) $\Rightarrow AB = \sqrt{(\sqrt{۲} - ۱)(\sqrt{۲} + ۱)}$ (نمره، ۲۵)</p>
	<p>نکته:</p> <p> $(a \pm b)(a^r \mp ab + b^r) = a^r \pm b^r$ </p> <p>الف) ابتدا کسر داده شده را با اتحاد چاق و لاغر گویا می‌کنیم:</p> <p>۱۲</p>



ردیف	نمره	
		<p>حال داریم:</p> $\frac{3}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1} \times \frac{\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{2}+1} = \frac{3(\sqrt[3]{2}+1)}{(\sqrt[3]{2})^3+1^3} = \frac{3(\sqrt[3]{2}+1)}{2+1} = \sqrt[3]{2}+1$ <p>(ب) صورت کسر داده شده را با اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:</p> $\frac{2x^2+54}{(x^2-3x+9)(x^2-9)} = \frac{2(x^2+27)}{(x^2-3x+9)(x^2-9)} = \frac{2(x+3)(x^2-3x+9)}{(x^2-3x+9)(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x-3}$ <p>(صفحه ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) حاصل (نمره ۲۵) = ۱ (نمره ۲۵) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1} \times \frac{\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{2}+1} = \frac{3(\sqrt[3]{2}+1)}{3} = \sqrt[3]{2}+1$ (نمره ۲۵)</p> <p>(ب) $\frac{2(x+3)(x^2-3x+9)}{(x^2-3x+9)(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x-3}$ (نمره ۲۵)</p>
۱۳	۱.۲۵	<p>فرض کنیم پول نگار برابر x تومان و پول رضا برابر y تومان باشد؛ بنابراین:</p> $x+y=20 \Rightarrow y=20-x \quad (*)$ <p>اگر نگار ۵ تومان به رضا بدهد، پول خودش برابر x-۵ و پول رضا برابر y+۵ می‌شود و داریم:</p> $(x-5)(y+5)=96 \xrightarrow{(*)} (x-5)(20-x+5)=96$ $\Rightarrow (x-5)(25-x)=96 \Rightarrow 25x-x^2-125+5x=96$ $\Rightarrow x^2-30x+221=0 \xrightarrow{\Delta=900-884=16} x = \frac{30 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=17 \\ x=13 \end{cases}$ <p>پس نگار ۱۷ یا ۱۳ تومان پول داشته است. (صفحه ۷۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>نوشتن رابطه $y=20-x$ (نمره ۲۵)</p> <p>نوشتن معادله $(x-5)(y+5)=96$ (نمره ۲۵)</p> <p>تشکیل معادله درجه دوم $x^2-30x+221=0$ (نمره ۲۵)</p> <p>رسیدن به جواب‌های $x=17$، $x=13$ (نمره ۵)</p>
۱۴		<p>می‌دانیم طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $x_s = \frac{-b}{2a}$ است.</p> <p>ابتدا رأس سهمی y_1 را به دست می‌آوریم:</p> $y_1 = mx^2 + 2mx + 6$ $x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-2m}{2m} = -1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} y_s = m(-1)^2 + 2m(-1) + 6 = m - 2m + 6 = -m + 6$ <p>پس رأس سهمی y_1، نقطه $S(-1, -m+6)$ است.</p> <p>حال طول رأس سهمی y_2 را به دست می‌آوریم:</p> $y_2 = -4x^2 + nx + m$ $x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-n}{-8} = \frac{n}{8}$ <p>چون رأس دو سهمی برهم منطبق است؛ پس:</p> $\frac{n}{8} = -1 \Rightarrow n = -8$



ردیف	نمره																																																						
	<p>حال داریم:</p> $y_p = -4x^2 - 8x + m \xrightarrow{x_s = -1} y_s = -4(-1)^2 - 8(-1) + m = -4 + 8 + m = m + 4$ <p>پس رأس سهمی y_p، نقطه $S(-1, m + 4)$ است؛ بنابراین:</p> $-m + 6 = m + 4 \Rightarrow m = 1$ <p>(صفحه ۷۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>y_1 محاسبه رأس سهمی $\rightarrow s(-1, -m + 6)$ (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)</p> <p>در سهمی دوم $x_s = 1 \rightarrow \frac{n}{8} = 1 \Rightarrow n = 8$ (نمره ۰/۲۵)</p> <p>$-m + 6 = m + 4$ (نمره ۰/۲۵) $\Rightarrow m = 1$ (نمره ۰/۲۵)</p>																																																						
۱۰۲۵	<p>الف) ابتدا ریشه یا ریشه‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم و سپس جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>2</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr><td>$x^2 - x - 6$</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td><td>-</td><td>o</td><td>+</td></tr> <tr><td>$2 - x$</td><td>+</td><td>o</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>P</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td></tr> </table> $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$ $2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$ <p>ب) می‌دانیم: $x \leq a \xrightarrow{a \geq 0} -a \leq x \leq a$</p> $ 2x - 1 < 3 \Rightarrow -3 < 2x - 1 < 3 \xrightarrow{+1} -2 < 2x < 4 \xrightarrow{\div 2} -1 < x < 2$ <p>(صفحه ۸۷، ۹۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>2</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr><td>$x^2 - x - 6$</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td><td>-</td><td>o</td><td>+</td></tr> <tr><td>$2 - x$</td><td>+</td><td>o</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>P</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td><td>+</td><td>o</td><td>-</td></tr> </table> <p>سطر دوم (۰/۲۵) نمره) سطر سوم (۰/۲۵) نمره) سطر چهارم (۰/۲۵) نمره)</p> <p>ب)</p> $-3 < 2x - 1 < 3 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \Rightarrow -1 \leq x \leq 2 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$	x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$	$x^2 - x - 6$	+	o	-	-	o	+	$2 - x$	+	o	+	o	-	-	P	+	o	-	+	o	-	x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$	$x^2 - x - 6$	+	o	-	-	o	+	$2 - x$	+	o	+	o	-	-	P	+	o	-	+	o	-
x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$																																																		
$x^2 - x - 6$	+	o	-	-	o	+																																																	
$2 - x$	+	o	+	o	-	-																																																	
P	+	o	-	+	o	-																																																	
x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$																																																		
$x^2 - x - 6$	+	o	-	-	o	+																																																	
$2 - x$	+	o	+	o	-	-																																																	
P	+	o	-	+	o	-																																																	