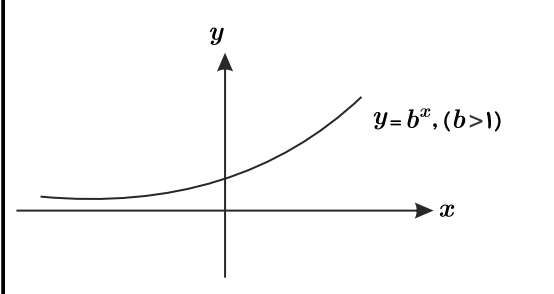


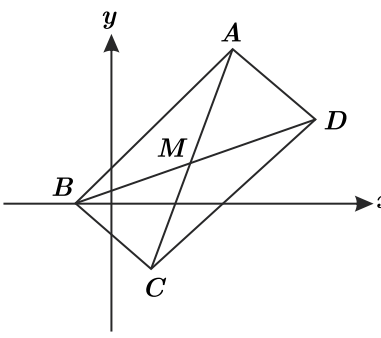


نمره		ردیف
۱	<p>(الف) درست؛ متن کتاب درسی صفحه ۵۴</p> <p>(ب) درست؛ برای مثال، به‌ازای $x = 0$ دو مقدار برای y داریم:</p> $ y - 1 = x + 1 \xrightarrow{x=0} y - 1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} y - 1 = 1 \Rightarrow y = 2 \\ y - 1 = -1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$ <p>پس این رابطه تابع نیست.</p> <p>(ج) نادرست؛ دامنه‌ها و ضابطه‌های دو تابع برابر هستند و توابع مساوی‌اند.</p> $D_f = D_g = [0, 1], f = \sqrt{x - x^2} = \sqrt{x(1-x)} \stackrel{0 \leq x \leq 1}{=} \sqrt{x} \times \sqrt{1-x} = g$ <p>(د) درست؛ متن کتاب درسی صفحه ۵۵ (صفحه ۶۳ تا ۷۰، ۳۸ تا ۴۳، ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) درست (۲۵، نمره)</p> <p>(ب) درست (۲۵، نمره)</p> <p>(ج) نادرست (۲۵، نمره)</p> <p>(د) درست (۲۵، نمره)</p>	۱
۱	<p>(الف) ۲:</p> $f = \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, a)\} \xrightarrow[\text{به دلیل یک به یک بودن}]{(m, 3) = (-1, 3)} m = -1 \xrightarrow[\text{به دلیل تابع بودن}]{(2m, a) = (-2, 2)} a = 2$ <p>(ب) $(-5, 1)$:</p> $ x + 2 < 3 \Rightarrow -3 < x + 2 < 3 \Rightarrow -5 < x < 1 \Rightarrow x \in (-5, 1)$ <p>(ج) $\mathbb{R} - \{0, \frac{4}{3}\}$:</p> $D_f = \mathbb{R} - \{3\}, D_g = \mathbb{R} - \{0\} \Rightarrow D_{f \circ g} = \{x x \in D_g = \mathbb{R} - \{0\}, \frac{f}{x} \neq 3\} = \mathbb{R} - \{0, \frac{4}{3}\}$ <p>(د) افزایش:</p> $f(x) = a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x \xrightarrow{0 < a < 1 \Rightarrow \frac{1}{a} > 1} y = b^x$  <p>(صفحه ۵۵ و ۲۳ تا ۲۸ و ۷۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) ۲ (۲۵، نمره)</p> <p>(ب) $(-5, 1)$ (۲۵، نمره)</p> <p>(ج) $\mathbb{R} - \{0, \frac{4}{3}\}$ (۲۵، نمره)</p> <p>(د) افزایش (۲۵، نمره)</p>	۲
	<p>(الف) گزینه ۲:</p> $D_f = [1, +\infty), D_g = \mathbb{R} - \{-5\}$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = [1, +\infty) \cap (\mathbb{R} - \{-5\}) - \left\{x \frac{x-2}{x+5} = 0\right\} = [1, +\infty) - \{2\}$	۳



ردیف	نمره	
	۱.۵	<p>(ب) گزینه ۴: شرط تشکیل تابع $g \circ f$ آن است که مقادیر f در دامنه g قرار داشته باشند، به عبارت دیگر اشتراک دامنه g و برد f تهی نباشد.</p> <p>(ج) گزینه ۱:</p> $R_f \cap D_g \neq \emptyset$ <p> $f(x) = \sqrt{x-3} \Rightarrow D_f = [3, +\infty)$ $g(x) = \sqrt{a-x} + b \Rightarrow D_g = (-\infty, a]$ $D_{f \circ g} = D_f \cap D_g = [3, a] = [3, 5] \Rightarrow a = 5$ $(f+g)(4) = f(4) + g(4) = \sqrt{4-3} + \sqrt{5-4} + b = 2 \Rightarrow b = 5$ </p> <p>(صفحه ۶۳ تا ۷۰ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) گزینه ۲ (۵ نمره) (ب) گزینه ۴ (۵ نمره) (ج) گزینه ۱ (۵ نمره)</p>
	۱	<p>دنباله: $12, 15, \dots, 99$</p> $\begin{cases} a_1 = 12 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = a_1 + (n-1)d \\ 99 = 12 + (n-1)3 \end{cases} \Rightarrow n-1 = \frac{99-12}{3} = 29 \Rightarrow n = 30$ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2}(12 + 99) = 1665$ <p>(صفحه ۲ تا ۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>(۲۵ نمره) دنباله: $12, 15, \dots, 99$</p> $\begin{cases} a_1 = 12 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = a_1 + (n-1)d \\ 99 = 12 + (n-1)3 \end{cases} \Rightarrow n-1 = \frac{99-12}{3} = 29 \Rightarrow n = 30 \quad (25 \text{ نمره})$ $\Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2}(12 + 99) = 1665 \quad (25 \text{ نمره})$
	۱	<p>اول داده‌های مسئله را به زبان ریاضی می‌نویسیم. سپس جمله اول و قدرنسبت را به دست آورده و فرمول مجموع n جمله دنباله هندسی را می‌نویسیم و جایگذاری می‌کنیم.</p> $a_6 = a_1 q^5 \quad (1), \quad a_1 \times a_2 \times \dots \times a_6 = 243 \Rightarrow a_1(a_1 q)(a_1 q^2)(a_1 q^3)(a_1 q^4)(a_1 q^5) = 243$ $\Rightarrow a_1^6 q^{15} = 243 \Rightarrow (a_1 q^3)^5 = 3^5 \Rightarrow a_1 q^3 = 3 \quad (2) \xrightarrow{(1),(2)} \frac{a_1 q^5}{a_1 q^3} = q^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = 1$ $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_6 = \frac{1(1-(\frac{1}{3})^6)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1(1-\frac{1}{729})}{\frac{2}{3}} = \frac{3(1-\frac{1}{729})}{2} = \frac{364}{3}$ <p>(۲۵ نمره) $a_6 = a_1 q^5 \quad (1), \quad a_1 \times a_2 \times \dots \times a_6 = 243 \Rightarrow a_1(a_1 q)(a_1 q^2)(a_1 q^3)(a_1 q^4)(a_1 q^5) = 243$</p> $\Rightarrow a_1^6 q^{15} = 243 \Rightarrow (a_1 q^3)^5 = 3^5 \quad (25 \text{ نمره}) \Rightarrow a_1 q^3 = 3 \quad (2) \xrightarrow{(1),(2)} \frac{a_1 q^5}{a_1 q^3} = q^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = 1$ $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_6 = \frac{1(1-(\frac{1}{3})^6)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1(1-\frac{1}{729})}{\frac{2}{3}} = \frac{364}{3} \quad (25 \text{ نمره})$ <p>راهنمای تصحیح:</p>
	۶	<p>مطابق شکل نقاط C, A هم‌عرض هستند، بنابراین داریم:</p> $x_P = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1 \Rightarrow P(1, -4)$ <p>چون مختصات رأس سهمی را داریم، معادله آن را می‌توان به شکل زیر نوشت:</p> $f(x) = a(x-1)^2 - 4 \Rightarrow f(0) = a - 4 = -2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 4x - 2$ <p>رابطه داده‌شده را بر حسب S (مجموع ریشه‌ها) و P (حاصل ضرب ریشه‌ها) و با توجه به معادله $Ax^2 + Bx + C = 0$ می‌نویسیم:</p> $\alpha^2 \beta + \beta^2 \alpha = \alpha \beta (\alpha + \beta) = P \times S = \frac{C}{A} \times \frac{-B}{A} = \frac{-2}{2} \times \frac{4}{2} = -2$



ردیف	نمره																									
	<p>(صفحه ۸ تا ۱۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>۱.۵ $x_p = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1 \Rightarrow P(1, -4)$ (نمره ۰,۵)</p> <p>$f(x) = a(x-1)^2 - 4 \Rightarrow f(0) = a - 4 = -2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 4x - 2$ (نمره ۰,۵)</p> <p>$\alpha^2\beta + \beta^2\alpha = \alpha\beta(\alpha + \beta) = P \times S = \frac{C}{A} \times \frac{-B}{A} = \frac{-2}{2} \times \left(\frac{4}{2}\right) = -2$ (نمره ۰,۵)</p>																									
۷	<p>نقطه‌ای که روی خط $y - 2x = 1$ قرار دارد مختصاتش به صورت $M(x, 2x + 1)$ است، بنابراین اگر $AM = MB$ باشد، آنگاه داریم:</p> <p>$\sqrt{(x - (-1))^2 + (2x + 1 - (-1))^2} = \sqrt{(x - 3)^2 + (2x + 1 - 1)^2} \Rightarrow (x + 1)^2 + (2x + 2)^2 = (x - 3)^2 + (2x)^2$</p> <p>$x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 8x + 4 = x^2 - 6x + 9 + 4x^2 \Rightarrow 10x + 5 = -6x + 9 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right)$</p> <p>(صفحه ۳۶ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>$\sqrt{(x - (-1))^2 + (2x + 1 - (-1))^2}$ (نمره ۰,۲۵) $= (x + 1)^2 + (2x + 2)^2 = (x - 3)^2 + (2x)^2$ (نمره ۰,۲۵)</p> <p>$10x + 5 = -6x + 9 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ (نمره ۰,۲۵) $\Rightarrow y = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right)$ (نمره ۰,۲۵)</p>																									
۸	<p>می‌دانیم در هر مستطیل قطرها منصف یکدیگرند، یعنی:</p> <p>$M = \frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2} \Rightarrow A+C = B+D$</p> <p>$\Rightarrow (2, 3) + (1, -2) = (-1, 0) + (x_D, y_D) \Rightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 1 \end{cases}$</p> <p>$OD = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$</p> <p>(صفحه ۲۹ تا ۳۲ کتاب درسی)</p>  <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>$M = \frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2} \Rightarrow A+C = B+D \Rightarrow (2, 3) + (1, -2) = (-1, 0) + (x_D, y_D)$ (نمره ۰,۲۵)</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 1 \end{cases}$ (نمره ۰,۲۵)</p> <p>$OD = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$ (نمره ۰,۲۵)</p>																									
۹	<p>زیر رادیکال فرجه زوج همواره باید نامنفی باشد، یعنی $0 \leq xf(x)$. به عبارت دیگر بازه‌هایی که همزمان x، $f(x)$ هم علامت باشند، جزو دامنه تابع اند:</p> <p>$\forall x \in [-3, -1] \Rightarrow x \leq 0, f(x) \leq 0 \Rightarrow xf(x) \geq 0$</p> <p>$\forall x \in [0, 5] \Rightarrow x \geq 0, f(x) \geq 0 \Rightarrow xf(x) \geq 0$</p> <table border="1" data-bbox="383 1792 941 2016"> <tr> <td></td> <td>-۳</td> <td>-۱</td> <td>۰</td> <td>۵</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$xf(x)$</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="2" style="text-align:center">جواب</td> <td colspan="2" style="text-align:center">جواب</td> </tr> </table> <p>$\Rightarrow D_f = [-3, -1] \cup [0, 5]$</p> <p>(صفحه ۴۶ تا ۴۸ کتاب درسی)</p>		-۳	-۱	۰	۵	x	-	-	۰	+	$f(x)$	+	-	۰	-	$xf(x)$	-	+	۰	-		جواب		جواب	
	-۳	-۱	۰	۵																						
x	-	-	۰	+																						
$f(x)$	+	-	۰	-																						
$xf(x)$	-	+	۰	-																						
	جواب		جواب																							



ردیف	نمره										
	۱.۲۵	<p>راهنمای تصحیح:</p> <p>باید $xf(x) \geq 0$ باشد، یعنی بازه‌هایی که همزمان $x, f(x)$ هم علامت باشند، جزء دامنه تابع‌اند.</p> <p>$\forall x \in [-۳, -۱] \Rightarrow x \leq 0, f(x) \leq 0 \Rightarrow xf(x) \geq 0$ (نمره ۰,۵) $\forall x \in [۰, ۵] \Rightarrow x \geq 0, f(x) \geq 0 \Rightarrow xf(x) \geq 0$ (نمره ۰,۵) $\Rightarrow D_g = [-۳, -۱] \cup [۰, ۵]$</p>									
۱۰	۱	<p>با توجه به اینکه نقطه داده شده روی خط داده شده قرار ندارد، ابتدا فاصله این رأس را تا ضلع داده شده با استفاده از رابطه فاصله نقطه از خط، حساب می‌کنیم و طول ضلع مربع را به دست می‌آوریم.</p> $h = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow h = \frac{ ۰ - ۲ - ۲ }{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{۴}{\sqrt{2}} = \text{طول ضلع مربع} \Rightarrow S = h^2 = \left(\frac{۴}{\sqrt{2}}\right)^2 = ۸$ <p>(صفحه ۳۳ تا ۳۵ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> $h = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow h = \frac{ ۰ - ۲ - ۲ }{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{۴}{\sqrt{2}} \text{ (نمره ۰,۲۵)} \Rightarrow S = h^2 = \left(\frac{۴}{\sqrt{2}}\right)^2 = ۸ \text{ (نمره ۰,۵)}$									
۱۱	۱.۲۵	<p>در نمایش توابع به صورت زوج‌های مرتب، وقتی مؤلفه‌های اول دو زوج از دو تابع یکسان بودند برای اعمال جبری، زوج مرتبی می‌نویسیم و مؤلفه اول را قرار داده و برای تعیین مؤلفه دوم نگاه می‌کنیم چه عملی باید انجام داد، آن عمل را روی مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب انجام می‌دهیم.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>تابع</th> <th>ضابطه</th> <th>دامنه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f + g$</td> <td>$(f + g)(x) = \{(۰, ۰), (۱, ۲), (۲, -۳), (۳, ۳)\}$</td> <td>$\{۰, ۱, ۲, ۳\}$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{f}{g}$</td> <td>$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{(۰, -۱), (۱, -۲), (۲, -۲)\}$</td> <td>$\{۰, ۱, ۲\}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>(صفحه ۶۴ تا ۶۹ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>$(f + g)(x) = \{(۰, ۰), (۱, ۲), (۲, -۳), (۳, ۳)\}$ $\{۰, ۱, ۲, ۳\}$ (نمره ۰,۵)</p> <p>$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{(۰, -۱), (۱, -۲), (۲, -۲)\}$ $\{۰, ۱, ۲\}$ (نمره ۰,۷۵)</p>	تابع	ضابطه	دامنه	$f + g$	$(f + g)(x) = \{(۰, ۰), (۱, ۲), (۲, -۳), (۳, ۳)\}$	$\{۰, ۱, ۲, ۳\}$	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{(۰, -۱), (۱, -۲), (۲, -۲)\}$	$\{۰, ۱, ۲\}$
تابع	ضابطه	دامنه									
$f + g$	$(f + g)(x) = \{(۰, ۰), (۱, ۲), (۲, -۳), (۳, ۳)\}$	$\{۰, ۱, ۲, ۳\}$									
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{(۰, -۱), (۱, -۲), (۲, -۲)\}$	$\{۰, ۱, ۲\}$									
۱۲	۱	<p>معادله درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل ضرب ریشه‌های آن P باشد را می‌توان به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت.</p> <p>اگر معادله درجه دومی بدهند، و از ما معادله درجه دومی دیگری بخواهند که ریشه‌هایش با ریشه‌های معادله اول رابطه مشخصی داشته باشد، کافی است، ریشه‌های معادله اول را x و معادله دوم را X بنامیم و ارتباط x و X را با استفاده از صورت سوال بنویسیم و با توجه به X, P, S جدید را نوشته و معادله جدید را بر حسب آن بنویسیم.</p> $x_1 + x_2 = S = \frac{1}{2}, x_1 \times x_2 = P = \frac{-5}{2} \Rightarrow X_1 = 2x_1 - 1, X_2 = 2x_2 - 1$ $\Rightarrow S' = X_1 + X_2 = 2(x_1 + x_2) - 2 = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 2 = -1$ $P' = X_1 \times X_2 = 4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1 = 4\left(\frac{-5}{2}\right) - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = -10$ $X^2 - S'X + P' = 0 \Rightarrow X^2 + X - 10 = 0$ <p>(صفحه ۸ تا ۱۱ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> $x_1 + x_2 = S = \frac{1}{2}, x_1 \times x_2 = P = \frac{-5}{2} \text{ (نمره ۰,۲۵)} \Rightarrow X_1 = 2x_1 - 1, X_2 = 2x_2 - 1$ $S' = X_1 + X_2 = 2(x_1 + x_2) - 2 = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 2 = -1 \text{ (نمره ۰,۲۵)},$ $P' = X_1 \times X_2 = 4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1 = 4\left(\frac{-5}{2}\right) - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = -10 \text{ (نمره ۰,۲۵)}$ $X^2 - SX + P = 0 \Rightarrow X^2 + X - 10 = 0 \text{ (نمره ۰,۲۵)}$									
۱۳		<p>$x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_f = [-2, +\infty)$</p> <p>$D_{f-1} = [7, +\infty)$ و دامنه تابع $f(x)$ $D_f = [-2, +\infty)$ است.</p>									



ردیف	نمره
۱۵	<p>سپس ضابطه تابع وارون f را به دست می‌آوریم:</p> $y = \sqrt{x+2} \Rightarrow y - \sqrt{x+2} = 0 \Rightarrow (y - \sqrt{x+2})^2 = x+2 \Rightarrow (y - \sqrt{x+2})^2 - 2 = x \xrightarrow{\text{جابجایی کردن } x \text{ و } y}$ $y = x^2 - 14x + 47 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 14x + 47 \Rightarrow a = -14, c = 47$ $\Rightarrow \frac{c+2}{a+7} = \frac{47+2}{-14+7} = -7$ <p>(صفحه ۶۰، ۶۱ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>$D_f = [-2, +\infty)$ (نمره ۲۵)</p> <p>$y - \sqrt{x+2} = 0 \Rightarrow (y - \sqrt{x+2})^2 = x+2 \Rightarrow x = (y - \sqrt{x+2})^2 - 2$ (نمره ۲۵)</p> <p>$\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 14x + 47$ (نمره ۲۵)</p> <p>$\Rightarrow \frac{c+2}{a+7} = \frac{47+2}{-14+7} = -7$ (نمره ۵)</p>
۱۴	<p>تابع $g(x)$ خط گذرا از دو نقطه $(-1, 0), (0, 1)$ است؛ بنابراین معادله آن به صورت زیر است:</p> $\begin{cases} g(-1) = -a + b = 0 \\ g(0) = b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow g(x) = x + 1$ <p>از طرفی برای تابع $f(x)$ داریم:</p> $f(x) = \sqrt{c-x} \Rightarrow f(2) = \sqrt{c-2} = 0 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow f(x) = \sqrt{2-x}$ $\left(\frac{f}{g}\right)(0) = \frac{f(0)}{g(0)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$ $(f+g)(-2) = f(-2) + g(-2) = 2 + (-1) = 1$ $f(-g(3)) = f(-(-4)) = \sqrt{6}$ $\xrightarrow{f(1)=1} \text{gof}(1) + f\text{og}(1) = g(1) + f(2) = 2 + 0 = 2$ $\xrightarrow{g(1)=2}$ <p>(نمره ۲۵) $\xrightarrow{(0,1), (-1,0)} g(x) = x + 1$</p> <p>(نمره ۲۵) $\xrightarrow{c=2} f(x) = \sqrt{2-x}$</p> <p>(نمره ۲۵) $\left(\frac{f}{g}\right)(0) = \sqrt{2}$</p> <p>(نمره ۲۵) $(f+g)(-2) = 1$</p> <p>(نمره ۲۵) $f(-g(3)) = f(-(-4)) = \sqrt{6}$</p> <p>(نمره ۲۵) $\text{gof}(1) + f\text{og}(1) = g(1) + f(2) = 2 + 0 = 2$</p>
۱۵	<p>(۱) ابتدا دامنه دو تابع را به دست آورید.</p> <p>(۲) فرمول دامنه ترکیب را بنویسید.</p> <p>(۳) با استفاده از فرمول و محدودیت‌های هر دامنه، دامنه تابع مرکب را حساب کنید.</p> $f(x) = \sqrt{x+ x } = \begin{cases} \sqrt{2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0, 4\}$ $D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x+ x } = \begin{cases} \sqrt{2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \neq 0, 4 \right\} = (0, +\infty) - \{4\}$ <p>(صفحه ۶۷، ۶۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p>



ردیف	نمره	
	۱	$D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R} - \{0, 4\}$ (نمره ۲۵) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f f(x) \in D_g\}$ (نمره ۲۵) = $\left\{ x \in \mathbb{R} \sqrt{x} + x = \begin{cases} \sqrt{2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \neq 0, 4 \right\}$ (نمره ۲۵) $= (0, +\infty) - \{4\}$ (نمره ۲۵)
۱۶	۱.۲۵	<p>ابتدا زمان رفت و برگشت را بر اساس سرعت رفت و برگشت می‌نویسیم. می‌دانیم:</p> $v = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v} \Rightarrow t_R = \frac{60}{v}, t_B = \frac{60}{v-15}$ <p>حال معادله گویا این مسئله را می‌سازیم و حل می‌کنیم:</p> $t_R = \frac{60}{v}, t_B = \frac{60}{v-15} \Rightarrow \frac{60}{v-15} = \frac{60}{v} + \frac{2}{3} \Rightarrow 60(3)(v) = 60(3)(v-15) + 2(v)(v-15)$ $\Rightarrow 27v^2 - 30v - 2700 = 0$ $v = \frac{30 \pm \sqrt{900 + 4 \times 2 \times 2700}}{4} = \frac{30 \pm 150}{4} \Rightarrow v = 45$ <p>$\Rightarrow t_R + t_B = \frac{60}{45} + \frac{60}{30} = \frac{10}{3}$ = ۳ ساعت و ۲۰ دقیقه</p> <p>(صفحه ۱۷ تا ۱۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $t_R = \frac{60}{v}, t_B = \frac{60}{v-15} \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow \frac{60}{v-15} = \frac{60}{v} + \frac{2}{3} \text{ (نمره ۲۵)}$ $\Rightarrow 60(3)(v) = 60(3)(v-15) + 2(v)(v-15) \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow 27v^2 - 30v - 2700 = 0$ $v = \frac{30 \pm \sqrt{900 + 4 \times 2 \times 2700}}{4} \text{ (نمره ۲۵)} = \frac{30 \pm 150}{4} \Rightarrow v = 45$ $\Rightarrow t_R + t_B = \frac{60}{45} + \frac{60}{30} = \frac{10}{3} = ۳ \text{ ساعت و } ۲۰ \text{ دقیقه (نمره ۲۵)}$
۱۷	۰.۷۵	<p>اگر مقدار یا جمعیت با گذشت h ساعت (دقیقه یا سال) k برابر شود. مقدار یا جمعیت در ساعت t به صورت $A(t) = A_0 k^{\frac{t}{h}}$ خواهد بود.</p> <p>A_0: مقدار اولیه</p> <p>t: زمانی است که می‌خواهیم میزان رشد یا زوال را طی آن مدت اندازه‌گیری کنیم.</p> <p>h: دوره زمانی است که در آن A_0, k برابر می‌شود.</p> $A(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}} = 48 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{25}{2}} \Rightarrow A(25) = 48 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{25}{2}} = 48 \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{25} = 48 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}$ <p>(صفحه ۷۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $A(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}} = 48 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{25}{2}} \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow A(25) = 48 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{25}{2}} \text{ (نمره ۲۵)}$ $= 48 \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{25} = 48 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2} \text{ (نمره ۲۵)}$
۱۸		<p>ابتدا سعی می‌کنیم با ساده و یکسان نمودن پایه‌ها معادله‌ای به صورت $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ($a \neq 1, a > 0$) داشته باشیم. سپس ریشه‌های معادله $f(x) = g(x)$ را به دست می‌آوریم.</p> $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \frac{25}{9} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \Rightarrow x+1 = -2 \Rightarrow x = -3$ $3^{3x+2} = \left(\frac{1}{64}\right)^x \Rightarrow 3^{3x+2} = (4)^{-3x} \Rightarrow 3x+2 = -3x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$ <p>(صفحه ۷۸، ۷۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: حل یک معادله به دلخواه کافی است.</p>



آموزشگاه دخترانه پرنا

نام آزمون: شبیه‌ساز امتحان نیم‌سال اول حسابان ۱

پایه/رشته: یازدهم متوسطه - ریاضی

تعداد صفحه: ۷

نمره		ردیف
۰.۷۵	$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \frac{25}{9} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \quad (\text{نمره } ۵) \Rightarrow x + 1 = -2 \Rightarrow x = -3 \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $4^{3x+2} = \left(\frac{1}{64}\right)^x \Rightarrow 4^{3x+2} = (4)^{-3x} \quad (\text{نمره } ۵) \Rightarrow 3x + 2 = -3x \Rightarrow x = \frac{-1}{3} \quad (\text{نمره } ۲۵)$	