

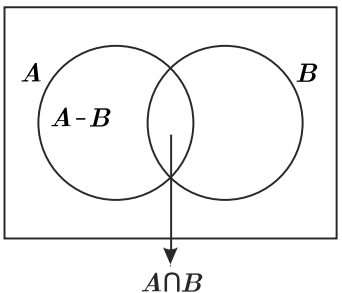


ردیف	نمره	
۱	۱	<p>(الف) نادرست؛ زیرا <math>P \vee F \equiv P</math></p> <p>(ب) نادرست؛ زیرا واژه «وجود دارد» بیانگر سور وجودی است.</p> <p>(ج) درست؛ زیرا اگر <math>A \subseteq B</math> باشد، آنگاه <math>\begin{cases} A \cup B = B \\ A \cap B = A \end{cases}</math> و برعکس.</p> <p>(د) نادرست؛ زیرا اگر <math>A \times B = B \times A</math> باشد، آنگاه <math>A = \emptyset</math> یا <math>B = \emptyset</math> یا <math>A = B</math>.</p> <p>(صفحه ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۵، ۲۴ و ۳۲ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) نادرست (۲۵ نمره) (ب) نادرست (۲۵ نمره) (ج) درست (۲۵ نمره) (د) نادرست (۲۵ نمره)</p>
۲	۱	<p>(الف) به هر عضو از فضای نمونه‌ای یک برآمد می‌گوییم.</p> <p>(ب) اگر آزمایشی متشکل از دو آزمایش با فضای نمونه‌ای <math>S_1</math> و <math>S_2</math> باشد، فضای نمونه‌ای این آزمایش، مجموعه <math>S_1 \times S_2</math> است.</p> <p>(ج) برای هر دو پیشامد <math>A</math> و <math>B</math> که <math>A \cap B = \emptyset</math> داریم: <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B)</math></p> <p>(د) هر زیرمجموعه تک‌عضوی از فضای نمونه‌ای را یک پیشامد ساده می‌گوییم.</p> <p>(صفحه ۳۸، ۴۰، ۴۱ و ۴۵ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) برآمد (۲۵ نمره)</p> <p>(ب) <math>S_1 \times S_2</math> (۲۵ نمره)</p> <p>(ج) <math>P(A) + P(B)</math> (۲۵ نمره)</p> <p>(د) پیشامد ساده (۲۵ نمره)</p>
۳	۲	<p>(الف) گزینه ۳؛ زیرا عکس نقیض گزاره <math>p \Rightarrow \sim q</math> به صورت <math>q \Rightarrow \sim p</math> است.</p> <p>(ب) گزینه ۲؛ زیرا با حل معادله <math>3m^2 + 2m = 3m^2 + 2m = 0</math> داریم:</p> $m^3 - 3m^2 + 2m = 0 \rightarrow m(m^2 - 3m + 2) = 0 \rightarrow m(m-1)(m-2) = 0$ $\rightarrow m = 0 \vee m = 1 \vee m = 2 \rightarrow m \in \{0, 1, 2\} \rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های محض} = 2^3 - 1 = 7$ <p>(ج) گزینه ۱؛ زیرا وقتی ۶ آمده است؛ یعنی هر پیشامدی که شامل ۶ است رخ داده است. پس پیشامدهای اعداد زوج، مضرب ۳ و بزرگ‌تر از ۴ رخ داده‌اند ولی ۶ عددی اول نیست؛ پس پیشامد اعداد اول رخ نداده است.</p> <p>(د) گزینه ۲؛ زیرا</p> $P(\text{پشت}) + P(\text{رو}) = 1 \rightarrow \frac{1}{2}P(\text{پشت}) + P(\text{پشت}) = 1 \rightarrow \frac{3}{2}P(\text{پشت}) = 1$ $P(\text{پشت}) = \frac{2}{3}$ <p>(صفحه ۸، ۱۷، ۳۹ و ۴۷ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> <p>(الف) گزینه ۳ (۵ نمره) (ب) گزینه ۲ (۵ نمره) (ج) گزینه ۱ (۵ نمره) (د) گزینه ۲ (۵ نمره)</p>
۴		$(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim r \equiv F \rightarrow \begin{cases} \sim p \wedge q \equiv T \rightarrow \sim p \equiv T \rightarrow p \equiv F, q \equiv T \\ \sim r \equiv F \rightarrow r \equiv T \end{cases}$ $(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (r \Rightarrow \sim p) \equiv (F \Leftrightarrow F) \wedge (T \Rightarrow T) \equiv T \wedge T \equiv T$ <p>(صفحه ۵ تا ۱۱ کتاب درسی)</p> <p>راهنمای تصحیح:</p> $(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim r \equiv F \rightarrow \begin{cases} \sim p \wedge q \equiv T \text{ (۲۵ نمره)} \rightarrow \sim p \equiv T \rightarrow p \equiv F \text{ (۲۵ نمره)}, q \equiv T \text{ (۲۵ نمره)} \\ \sim r \equiv F \text{ (۲۵ نمره)} \rightarrow r \equiv T \text{ (۲۵ نمره)} \end{cases}$ $(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (r \Rightarrow \sim p) \equiv (F \Leftrightarrow F) \text{ (۲۵ نمره)} \wedge (T \Rightarrow T) \text{ (۲۵ نمره)} \equiv T \wedge T \equiv T \text{ (۲۵ نمره)}$

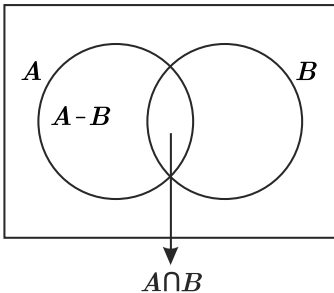


ردیف	نمره																																																													
۲	۲	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>p</math></th> <th><math>q</math></th> <th><math>\sim p</math></th> <th><math>q \vee p</math></th> <th><math>\sim p \wedge (q \vee p)</math></th> <th><math>\sim p \wedge q</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">(صفحه ۵ تا ۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>p</math></th> <th><math>q</math></th> <th><math>\sim p</math></th> <th><math>q \vee p</math></th> <th><math>\sim p \wedge (q \vee p)</math></th> <th><math>\sim p \wedge q</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 20px;">نمره ۰/۲۵</span> <span style="margin-right: 20px;">نمره ۰/۵</span> <span style="margin-right: 20px;">نمره ۰/۵</span> <span>نمره ۰/۵</span> </p> <p style="text-align: right;">با توجه به ستون‌های ۵ و ۶ از چپ هم‌ارزی برقرار است. (۰/۲۵ نمره)</p>	$p$	$q$	$\sim p$	$q \vee p$	$\sim p \wedge (q \vee p)$	$\sim p \wedge q$	د	د	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	د	د	د	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	$p$	$q$	$\sim p$	$q \vee p$	$\sim p \wedge (q \vee p)$	$\sim p \wedge q$	د	د	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	د	د	د	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن
$p$	$q$	$\sim p$	$q \vee p$	$\sim p \wedge (q \vee p)$	$\sim p \wedge q$																																																									
د	د	ن	د	ن	ن																																																									
د	ن	ن	د	ن	ن																																																									
ن	د	د	د	د	د																																																									
ن	ن	د	ن	ن	ن																																																									
$p$	$q$	$\sim p$	$q \vee p$	$\sim p \wedge (q \vee p)$	$\sim p \wedge q$																																																									
د	د	ن	د	ن	ن																																																									
د	ن	ن	د	ن	ن																																																									
ن	د	د	د	د	د																																																									
ن	ن	د	ن	ن	ن																																																									
۱	۱	<p> <math>\sim (\forall x ; p(x)) \equiv \exists x ; \sim p(x)</math>  <math>p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \quad \sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q</math>  <math>\exists x, y \in \mathbb{R} ; (x + y &lt; 0 \wedge x^2 + y^2 \leq 0)</math> </p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۸، ۱۳ و ۱۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p><math>\exists (x, y \in \mathbb{R} ; (x + y &lt; 0 \wedge x^2 + y^2 \leq 0))</math> (نمره ۰/۲۵)</p>																																																												
۱	۱	<p> <math>\forall x \in A \cup B \rightarrow x \in A \vee x \in B \xrightarrow{ACC} x \in C \vee x \in C</math>  <math>\rightarrow x \in C \Rightarrow A \cup B \subseteq C \xrightarrow{BCC}</math> </p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p> <math>\forall x \in A \cup B \rightarrow x \in A \vee x \in B \xrightarrow{ACC} x \in C \vee x \in C</math> (نمره ۰/۲۵)  <math>\rightarrow x \in C \Rightarrow A \cup B \subseteq C \xrightarrow{BCC}</math> (نمره ۰/۲۵)         </p>																																																												
۱	۱	<p> <math>A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A</math>  <math>\left. \begin{array}{l} \text{فرض } A \subseteq B \\ \text{می‌دانیم } A \subseteq A \end{array} \right\} \xrightarrow{n} \left. \begin{array}{l} A \subseteq A \cap B \\ \text{می‌دانیم } A \cap B \subseteq A \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B = A</math> </p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۲۴ و ۲۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p> <math>A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A</math>  <math>\left. \begin{array}{l} \text{فرض } A \subseteq B \\ \text{می‌دانیم } A \subseteq A \end{array} \right\} \xrightarrow{n} \left. \begin{array}{l} A \subseteq A \cap B \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \text{می‌دانیم } A \cap B \subseteq A \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B = A \text{ (نمره ۰/۲۵)}</math> </p>																																																												
		<p> <math>[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A \cap B)'] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [B \cap (A' \cup B)']</math>  <math>= [\emptyset \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B)']</math>  <math>= (A \cap B) \cup [(B \cap A') \cup \emptyset]</math>  <math>= (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A')</math>  <math>= B \cap U = B</math> </p> <p style="text-align: right;">۹</p>																																																												



ردیف	نمره
۱.۷۵	<p>(صفحه ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A \cap B)'] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [B \cap (A' \cup B)']$ $= [\emptyset \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B)']$ $= (A \cap B) \cup [(B \cap A') \cup \emptyset]$ $= (A \cap B) \cup (B \cap A') \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $= B \cap (A \cup A') \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $= B \cap U = B \quad (\text{نمره } ۲۵)$
۱.۲۵	<p>واضحاً A و B ناتهی هستند، پس باید <math>A = B</math> باشد؛ یعنی <math>\{x - 1, 5, z\} = \{y + 3, 7, -4\}</math> پس داریم:</p> $y + 3 = 5 \rightarrow y = 2$ $\left\{ \begin{array}{l} ۱) \begin{cases} z = -4 \\ x - 1 = 7 \rightarrow x = 8 \end{cases} \\ \text{یا} \\ ۲) \begin{cases} z = 7 \\ x - 1 = -4 \rightarrow x = -3 \end{cases} \end{array} \right.$ <p>(صفحه ۳۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>واضحاً A و B ناتهی هستند، پس باید <math>A = B</math> باشد؛ یعنی <math>\{x - 1, 5, z\} = \{y + 3, 7, -4\}</math> پس داریم:</p> $y + 3 = 5 \rightarrow y = 2 \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $\left\{ \begin{array}{l} ۱) \begin{cases} z = -4 \quad (\text{نمره } ۲۵) \\ x - 1 = 7 \rightarrow x = 8 \quad (\text{نمره } ۲۵) \end{cases} \\ \text{یا} \\ ۲) \begin{cases} z = 7 \quad (\text{نمره } ۲۵) \\ x - 1 = -4 \rightarrow x = -3 \quad (\text{نمره } ۲۵) \end{cases} \end{array} \right.$
۱۱	<p>با توجه به نمودار ون واضح است که:</p>  <p><math>A = (A - B) \cup (A \cap B)</math></p> <p>و از آنجایی که <math>A - B</math> و <math>A \cap B</math> ناسازگار هستند، پس:</p> $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B)$ $\rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (*)$ <p>از طرفی با توجه به نمودار ون واضح است که:</p> $A \cup B = B \cup (A - B)$ <p>و چون B و <math>A - B</math> ناسازگارند، پس:</p> $P(A \cup B) = P(B) + P(A - B)$ <p>و اینک به کمک رابطه (*) خواهیم داشت:</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ <p>(صفحه ۴۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>با توجه به نمودار ون واضح است که:</p> $A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad (\text{نمره } ۲۵)$



ردیف	نمره	
۲	۲۵/۰	<p>و از آنجایی که <math>A - B</math> و <math>A \cap B</math> ناسازگار هستند (۲۵/۰ نمره). پس:</p> $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B)$ $\rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (*) \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$  <p>(۲۵/۰ نمره)</p> <p>از طرفی با توجه به نمودار ون واضح است که:</p> <p>و چون <math>B</math> و <math>A - B</math> ناسازگارند (۲۵/۰ نمره)، پس:</p> <p>و اینک به کمک رابطه (*) خواهیم داشت:</p> $A \cup B = B \cup (A - B) \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$ $P(A \cup B) = P(B) + P(A - B) \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$
۱۲	۱	<p>سکه هر سه بار مشابه بیاید، یعنی هر سه رو بیاید، یا هر سه پشت بیاید:</p> <p>سکه زوج بار رو بیاید؛ یعنی صفر بار یا دو بار رو بیاید:</p> <p>اشتراک <math>A</math> و <math>B</math> تهی نیست؛ پس <math>A</math> و <math>B</math> ناسازگار نیستند. (صفحه ۴۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>سکه هر سه بار مشابه بیاید؛ یعنی هر سه رو بیاید، یا هر سه پشت بیاید:</p> <p>سکه زوج بار رو بیاید؛ یعنی صفر بار یا دو بار رو بیاید:</p> <p>اشتراک <math>A</math> و <math>B</math> تهی نیست؛ پس <math>A</math> و <math>B</math> ناسازگار نیستند. (۲۵/۰ نمره)</p> $A = \{(P, P, P), (R, R, R)\}$ $B = \{(P, P, P), (R, R, P), (R, P, R), (P, R, R)\}$ $A \cap B = \{(P, P, P)\}$ <p>(۲۵/۰ نمره)</p> $A = \{(P, P, P), (R, R, R)\}$ <p>(۲۵/۰ نمره)</p> $B = \{(P, P, P), (R, R, P), (R, P, R), (P, R, R)\}$ <p>(۲۵/۰ نمره)</p> $A \cap B = \{(P, P, P)\}$ <p>(۲۵/۰ نمره)</p>
۱۳	۱	<p>اعداد بخش پذیر بر ۳ : <math>A</math>      اعداد بخش پذیر بر ۵ : <math>B</math>      اعداد بخش پذیر بر ۱۵ : <math>A \cap B</math></p> $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{500}{3}\right] - \left[\frac{500}{15}\right]}{500} = \frac{166 - 33}{500} = \frac{133}{500}$ <p>(صفحه ۴۲ و ۴۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>اعداد بخش پذیر بر ۳ : <math>A</math>      اعداد بخش پذیر بر ۵ : <math>B</math>      اعداد بخش پذیر بر ۱۵ : <math>A \cap B</math></p> $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (۲۵/۰ \text{ نمره}) = \frac{\left[\frac{500}{3}\right] - \left[\frac{500}{15}\right]}{500} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$ $= \frac{166 - 33}{500} = \frac{133}{500} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$



ردیف	نمره	ردیف
۱۴	<p>روش اول:</p> $P(a) + P(b) = \frac{2}{3}$ $P(a) + P(b) + P(c) = 1 \rightarrow \frac{2}{3} + P(c) = 1 \rightarrow P(c) = \frac{1}{3}$ $P(a) + P(c) = \frac{1}{2} \rightarrow P(a) + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$ <p>روش دوم:</p> $P(\{a, b\}) = \frac{2}{3}, P(\{a, c\}) = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow P(a) + \underbrace{P(b)} + \underbrace{P(a)} + P(c) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$ $P(a) = \frac{7}{6} - 1 = \frac{1}{6}$ <p>۱.۲۵</p> <p>(صفحه ۴۶ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> <p>روش دوم:</p> $P(a) + P(b) = \frac{2}{3} \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $\underbrace{P(a) + P(b) + P(c)} = 1 \rightarrow \frac{2}{3} + P(c) = 1 \rightarrow P(c) = \frac{1}{3} \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $P(a) + P(c) = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } ۲۵) \rightarrow P(a) + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow P(a) = \frac{1}{6} \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $P(\{a, b\}) = \frac{2}{3} \quad (\text{نمره } ۲۵), P(\{a, c\}) = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $\Rightarrow P(a) + \underbrace{P(b)} + \underbrace{P(a)} + P(c) \quad (\text{نمره } ۲۵) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6} \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $P(a) = \frac{7}{6} - 1 = \frac{1}{6} \quad (\text{نمره } ۲۵)$	۱۴
۱۵	<p>۰.۷۵</p> $P(x) + P(y) + P(z) = 1$ $P(x) + (P(x) + \frac{1}{5}) + (P(x) + \frac{2}{5}) = 1 \rightarrow 3P(x) = \frac{2}{5} \rightarrow P(x) = \frac{2}{15}$ <p>(صفحه ۴۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:</p> $P(x) + P(y) + P(z) = 1 \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $P(x) + (P(x) + \frac{1}{5}) + (P(x) + \frac{2}{5}) = 1 \quad (\text{نمره } ۲۵) \rightarrow 3P(x) = \frac{2}{5}$ $\rightarrow P(x) = \frac{2}{15} \quad (\text{نمره } ۲۵)$	۱۵